A B C ganzzahlig und teilerfremd so annehmen, dass

$$A > 0, \quad D = B^2 - 4AC > 0$$

und D irrationals ist. Dann folgt aus der Theorie der Pell'schen Gleichung, dass $u^2 - Dv^2 = 4$ ganzzahlige Lösungen u, v hat. Mit diesen berechne man α, β, γ und δ setze

$$\tau = 2 \log \left| \frac{u + v\sqrt{D}}{2} \right|$$

und sieht dann, dass die Bedingungen, die wir eingangs für die Periodizität erhielten, erfüllt sind. Zu bemerken ist noch, dass es nach der Theorie der Pell'schen Gleichung eine kleinste Lösung u_0, v_0 gibt, derart, dass alle übrigen gegeben sind durch

$$\frac{u + v\sqrt{D}}{2} = \left(\frac{u_0 + v_0\sqrt{D}}{2}\right)^{\nu} \quad (\nu = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$$

Daraus folgt

$$\tau = \nu \tau_0$$

Demnach ist τ_0 die kleinste Periode oder die Länge eines einmaligen Umlaufs.

Aus den vorstehenden Untersuchungen über die geschlossenen Kurven C(p q) ergibt sich, dass sie sich zuordnen den ganzzahligen primitiven indefiniten Formen

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2$$

wo $A > 0$ $(A B C) = 1$ und $D = B^2 - 4AC > 0 \neq d^2$ ist.