

## Gruppentheorie

**Aufgabe 12:** Berechne die Gruppentafel für die acht Matrizen aus Aufgabe 10 c).

**Aufgabe 13:** Betrachte die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 3 & 7 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 7 & 1 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{S}_7.$$

- (a) Berechne  $\sigma \circ \pi$ ,  $\pi \circ \sigma$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\pi^{-1}$ .
- (b) Bestimme für jede der Permutationen in a. die Zyklenzerlegung.

**Aufgabe 14:** Wir betrachten die Permutationen

$$\sigma = (1\ 2\ 3\ 4) \in \mathbb{S}_4$$

und

$$\pi = (1\ 4) \circ (2\ 3) \in \mathbb{S}_4.$$

- (a) Berechne die Potenzen  $\sigma^k$  für alle natürlichen Zahlen  $k \geq 0$ . Wie viele verschiedene Permutationen sind es? Kommt die Inverse  $\sigma^{-1}$  darunter vor?
- (b) Berechne die Potenzen  $\pi^k$  für alle natürlichen Zahlen  $k \geq 0$ . Wie viele verschiedene Permutationen sind es? Kommt die Inverse  $\pi^{-1}$  darunter vor?
- (c) Berechne die Produkte  $\sigma^k \cdot \pi^l$  für alle natürlichen Zahlen  $k, l \geq 0$ . Wie viele verschiedene Permutationen sind es?
- (d) Berechne das Produkt  $\pi^{-1} \cdot \sigma \cdot \pi$ . Ist das eine der Permutationen, die schon in den vorhergeneden Teilen berechnet wurde?
- (e) Stelle für die in c. berechneten verschiedenen Permutationen die Gruppentafel auf. Vergleiche sie mit der Gruppentafel aus Aufgabe 12.