Fachbereich Mathematik | Wintersemester 2019, Blatt 15
Thomas Markwig | Christian Mauz

Mathematik 1 für Informatiker

Die Aufgaben brauchen nicht mehr eingereicht zu werden und werden auch nicht mehr korrigiert. Sie dienen allein der Nachbereitung der Inhalte der letzten Vorlesungen.

Aufgabe 57: Berechne die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale:

(a) $\int_0^{2\pi} \cos(kx)\ dx$ für $k \in \mathbb{N}$.

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x)\cos(x)dx$.

(c) $\int \frac{1}{\sin(x)}\ dx$, substituiere $z = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

Aufgabe 58: Berechne mittels Partialbruchzerlegung eine Stammfunktion von

$$x \mapsto \frac{2x^5 + 7x^4 + 9x^3 + 9x^2 + 6x - 5}{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4}.$$

Aufgabe 59: Berechne den Wert des uneigentlichen Integrals $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\ dx$.

Aufgabe 60: Untersuche, für welche $t \in \mathbb{R}$ das uneigentliche Integral $\int_0^\infty x \cdot e^{-tx}\ dx$ konvergiert und bestimme für diese den Wert des Integrals.

Aufgabe 61: Es sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion und

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : y \mapsto \int_a^b f(x) \cdot \sin(y \cdot x)\ dx.$$

Zeige mit Hilfe partieller Integration $\lim\limits_{y\to\infty} g(y) = 0$ und $\lim\limits_{y\to-\infty} g(y) = 0$.

Aufgabe 62: Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $f : [a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ sei auf $[a, y]$ integrierbar für alle $y \in (a, b)$. Zeige, genau dann existiert das uneigentliche Integral $\int_a^b f(x)\ dx$, wenn

$$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ c_\varepsilon \in [a, b)\ :\ \forall\ c_\varepsilon < s < t < b \text{ gilt } \left|\int_s^t f(x)\ dx\right| < \varepsilon.$$