Fachbereich Mathematik — Sommersemester 2024, Blatt 1

Thomas Markwig — Paul Weiß

Mathematik für Informatik 2: Lineare Algebra

Die Aufgaben des ersten Übungsblattes sind als Präsenzaufgaben für die Übungsstunden der zweiten Woche gedacht.

Präsenzaufgabe 1: Es seien $(G, \cdot)$ und $(H, *)$ zwei Gruppen. Wir definieren auf der Menge $G \times H = \{(x, y) \mid x \in G, y \in H\}$ eine zweistellige Operation durch

$$(x, y) \circ (x', y') := (x \cdot x', y * y')$$

für $(x, y), (x', y') \in G \times H$. Zeige, dass dann $(G \times H, \circ)$ eine Gruppe ist.

Präsenzaufgabe 2:

(a) Untersuche, ob folgende zweistellige Operation die Menge $G := \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ zu einer Gruppe macht:

$$G \times G \longrightarrow G : \big((a, b), (a', b')\big) \mapsto (a, b) \cdot (a', b') := (aa', bb').$$

(b) Untersuche, ob die folgende zweistellige Operation die Menge $G := \mathbb{Q}_{>0} \times \mathbb{Q}_{>0}$ zu einer Gruppe macht:

$$G \times G \longrightarrow G : \big((a, b), (a', b')\big) \mapsto (a, b) \cdot (a', b') := (aa', bb').$$

Präsenzaufgabe 3: Welche der folgenden Mengen sind Untergruppen von $\big(\mathrm{Sym}(\mathbb{R}), \circ\big)$?

(a) $U = \{f \in \mathrm{Sym}(\mathbb{R}) \mid f(x) < f(y) \text{ falls } x > y\}$,

(b) $V = \{f \in \mathrm{Sym}(\mathbb{R}) \mid |f(x)| = |x| \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}$.

Präsenzaufgabe 4: Es sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $h \in G$. Welche Bedingung muss h erfüllen, damit die folgende Abbildung ein Gruppenhomomorphismus ist:

$$\alpha : G \longrightarrow G : g \mapsto h \cdot g \cdot h.$$