Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2016, Blatt 2
Christoff Hische

Mathematik für Physiker 2

Abgabetermin: Montag, 18/04/2016, 12:00

Aufgabe 5:

a. Untersuche, ob $G = \{2 + 3z \mid z \in \mathbb{Z}\}$ mit der Multiplikation ganzer Zahlen als Verknüpfung eine Gruppe ist.

b. Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ wird $\mathbb{R}$ mit der folgenden zweistelligen Operation eine Gruppe:
$$x * y = ax + ay + b \quad \text{für } x, y \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 6: Es sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $a \in G$ sei fest gegeben. Wir definieren eine zweistellige Operation auf G durch

$$* : G \times G \longrightarrow G : (g, h) \mapsto g * h = g \cdot \big(a \cdot h\big).$$

Überprüfe, ob $(G, *)$ eine Gruppe ist.

Aufgabe 7: Zeige, eine Teilmenge $U \subseteq \mathbb{Z}$ ist genau dann eine Untergruppe von $(\mathbb{Z}, +)$, wenn es eine ganze Zahl $n \geq 0$ gibt mit $U = n\mathbb{Z} = \langle n \rangle$.

Aufgabe 8: Überprüfe, ob die folgende Abbildung

$$\alpha : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z} : z \mapsto 4 \cdot z + 2$$

ein Gruppenhomomorphismus der additiven Gruppe $(\mathbb{Z}, +)$ ist.