Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2016, Blatt 2
Christoff Hische

Mathematik für Physiker 2

Abgabetermin: Montag, 25/04/2016, 12:00

Aufgabe 9: Zeige, die Menge der invertierbaren $n \times n$-Matrizen

$$\mathrm{Gl}_n(K) = \{A \in \mathrm{Mat}_n(K) \mid A \text{ ist invertierbar}\}$$

ist eine Gruppe mit neutralem Element $\mathbb{1}_n$, die für $n > 1$ nicht kommutativ ist.

Aufgabe 10:

a. Berechne für die folgende Matrix $A \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{R})$ die Potenzen A^2, A^3, A^4 und A^5:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Leite eine Vermutung für vergleichbare Matrizen in $\mathrm{Mat}_n(K)$ ab.

b. Es sei $A \in \mathrm{Mat}(m \times n, K)$ und $B \in \mathrm{Mat}(n \times p, K)$. Zeige, $(AB)^t = B^t A^t$.

c. Zeige, für $A, B \in \mathrm{Mat}(m \times n, K)$ gilt $f_{A+B} = f_A + f_B$.

Aufgabe 11: Welche der folgenden Teilmengen von K^3 sind Unterräume des K^3? Begründe Deine Anworten.

a. $\{(x_1, x_2, x_3)^t \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \cdot x_2 = 2x_3\}$ für $K = \mathbb{R}$.

b. $\{(x_1, x_2, x_3)^t \in \mathbb{R}^3 \mid ax_1 + x_2 + x_3 = a + 1\}$ für ein festes $a \in \mathbb{R}$ für $K = \mathbb{R}$.

c. $\{(x_1, x_2, x_3)^t \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \leq 0\}$ für $K = \mathbb{R}$.

d. $\{(1,0,0)^t, (0,1,0)^t, (1,1,0)^t, (0,0,0)^t\}$ für $K = \mathbb{R}$ oder $K = \mathbb{F}_2$.

Aufgabe 12: Sei $V = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ der Vektorraum aller Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$. Wir betrachten die Teilmengen

$$U = \{f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \mid f(-x) = -f(x)\ \forall\, x \in \mathbb{R}\}$$

und

$$U' = \{f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \mid f(-x) = f(x)\ \forall\, x \in \mathbb{R}\}.$$

Zeige, U und U sind Unterräume von V und es gilt $V = U \oplus U'$.