

## Mathematik für Physiker 2

Abgabetermin: Montag, 27/06/2016, 12:00

**Aufgabe 41:** Seien  $E := (E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22})$  die kanonische Basis von  $V := \text{Mat}_2(K)$  und  $T := E_{11} + E_{12} + E_{22} \in \text{GL}_2(K)$ . Zeige, dass der Endomorphismus  $f: V \rightarrow V, A \mapsto T \circ A \circ T^{-1}$  trigonalisierbar, aber nicht diagonalisierbar ist, und bestimme eine Basis  $B$  von  $V$ , sodass  $M_B^B(f)$  eine obere Dreiecksmatrix ist.

**Aufgabe 42:** Zeige, ist  $A \in \text{GL}_n(K)$ , so gibt es ein Polynom  $p \in K[t]$  mit  $A^{-1} = p(A)$ .

**Aufgabe 43:** (Berechnung der Elementarteiler)

Mit den Bezeichnungen aus dem Satz über die Jordansche Normalform zeige man, dass für  $i = 1, \dots, r$  und  $1 \leq j \leq m_i$  gilt:

$$t_{ij} = \text{rang}((f - \lambda_i \text{id}_V)^{j-1}) - 2 \cdot \text{rang}((f - \lambda_i \text{id}_V)^j) + \text{rang}((f - \lambda_i \text{id}_V)^{j+1}).$$

**Aufgabe 44:**

- a) Bestimme die Jordansche Normalform und die zugehörige Transformationsmatrix folgender Matrix  $A \in \text{Mat}_5(\mathbb{Q})$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- b) Sei  $B \in \text{Mat}_5(K)$  mit  $\chi_B = t(t-1)^4$ ,  $\mu_B = t(t-1)^2$  und  $\text{rang}(B - \mathbb{1}_5) = 2$ . Bestimme die Jordansche Normalform von  $B$ .