Fachbereich Mathematik | Sommersemester 2016, Blatt 12
Thomas Markwig | Christoff Hische

Mathematik für Physiker 2

Abgabetermin: Montag, 04/07/2016, 12:00

Aufgabe 45: Bestimme die Jordansche Normalform und die zugehörige Transformationsmatrix folgender Matrizen $A, B \in \mathrm{Mat}_5(\mathbb{Q})$:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 46: Bestimme die Jordansche Normalform **ohne** die zugehörige Transformationsmatrix folgender Matrizen $A \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{Q}) und B \in \mathrm{Mat}_8(\mathbb{Q})$:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ -1 & -2 & -3 & -1 \\ -2 & -4 & -6 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Diese Aufgabe lässt sich fast ohne Rechnungen lösen.

Aufgabe 47: Zeige, für $(x_1, x_2, x_3)^t, (y_1, y_2, y_3)^t \in \mathbb{R}^3$ wird durch die Vorschrift

$$\langle (x_1, x_2, x_3)^t, (y_1, y_2, y_3)^t \rangle := x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2 + 2x_3y_3$$

ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$ definiert.

Aufgabe 48: Sei V ein euklidischer oder unitärer Raum und $\|\cdot\|: V \to \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{\langle x, x\rangle}$ die durch das Skalarprodukt definierte Norm. Zeige, für $x, y \in V$ gilt:

a) Die Parallelogrammgleichung: $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$.

b) Der Satz des Pythagoras: $x \perp y \Rightarrow \|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x+y\|^2$.