Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig



# Mathematik für Physiker 3

Abgabetermin: Montag, 07.11.2016, 08:00

**Aufgabe 9:** Zeige, $(\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R}),\|\cdot\|_\infty)$ ist ein Banachraum.

**Aufgabe 10:**

a. Zeige, der Differentialoperator $D : \mathcal{C}^1([0,1],\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R}) : f \longmapsto f'$ ist ein linearer Operator, der bezüglich der Maximumsnorm auf beiden Räumen *nicht* stetig ist.

b. Zeige, der Integraloperator $I : \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R} : f \mapsto \int_0^1 f(x)\, dx$ ist bezüglich der Maximumsnorm auf $\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ gleichmäßig stetig.

**Aufgabe 11:** Wir betrachten den Unterraum $V = \{A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbb{R}) \mid A \text{ ist symmetrisch}\}$ von $\mathrm{Mat}_n(\mathbb{R})$ als normierten Raum mit der euklidischen Norm aus Aufgabe 1. Zeige, dass die Menge

$$P = \{A \in V \mid A \text{ ist positiv definit}\}$$

in V offen ist.
Hinweis: Hurwitz-Kriterium.

**Aufgabe 12:** Sei M ein metrischer Raum und $f : M \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Abbildung. Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) $A \subseteq M$ ist abgeschlossen $\Longrightarrow f(A) \subseteq \mathbb{R}$ ist abgeschlossen.

(b) $O \subseteq M$ ist offen $\Longrightarrow f(O) \subseteq \mathbb{R}$ ist offen.

(c) $K \subseteq \mathbb{R}$ ist kompakt $\Longrightarrow f^{-1}(K) \subseteq M$ ist kompakt.