Mittelsenkrechten, Höhen und Winkelhalbierende in Dreiecken

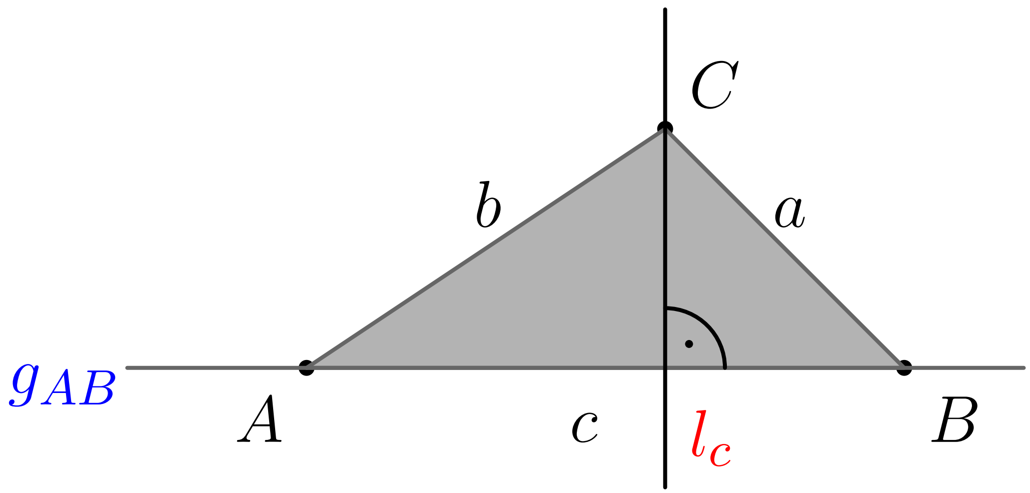
Thomas Markwig

keilen@mathematik.uni-kl.de

Technische Universität Kaiserslautern

Notationen

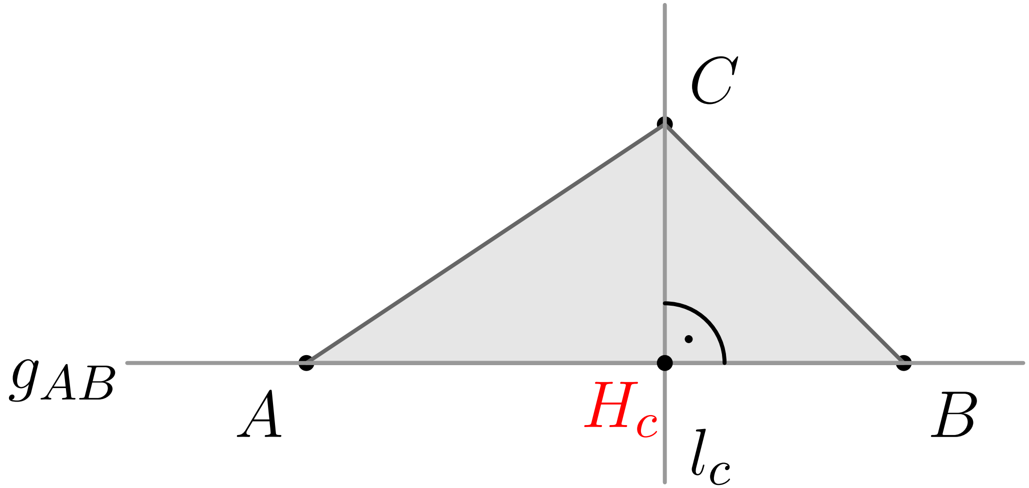
1. l_c = Lotgerade durch C senkrecht auf g_{AB},



Notationen

1. l_c = Lotgerade durch C senkrecht auf g_{AB},

2. $H_c = g_{AB} \cap l_c$,

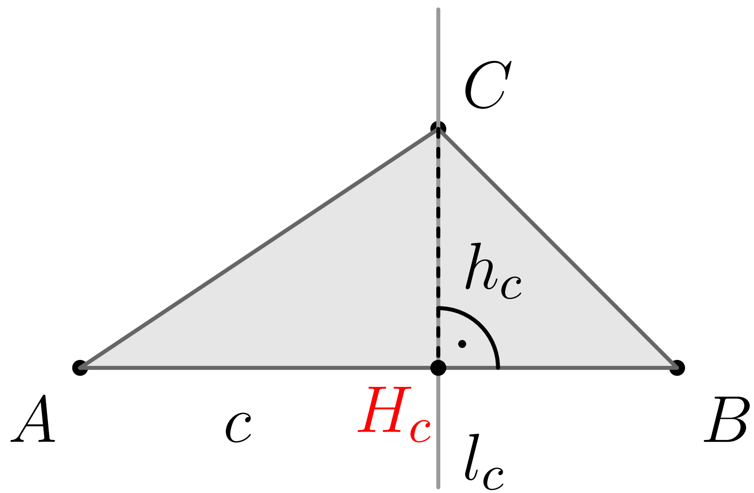


Notationen

1. l_c = Lotgerade durch C senkrecht auf g_{AB},

2. $H_c = g_{AB} \cap l_c$,

3. $h_c = \overline{CH_c}$ Höhe von Δ auf c,



Notationen

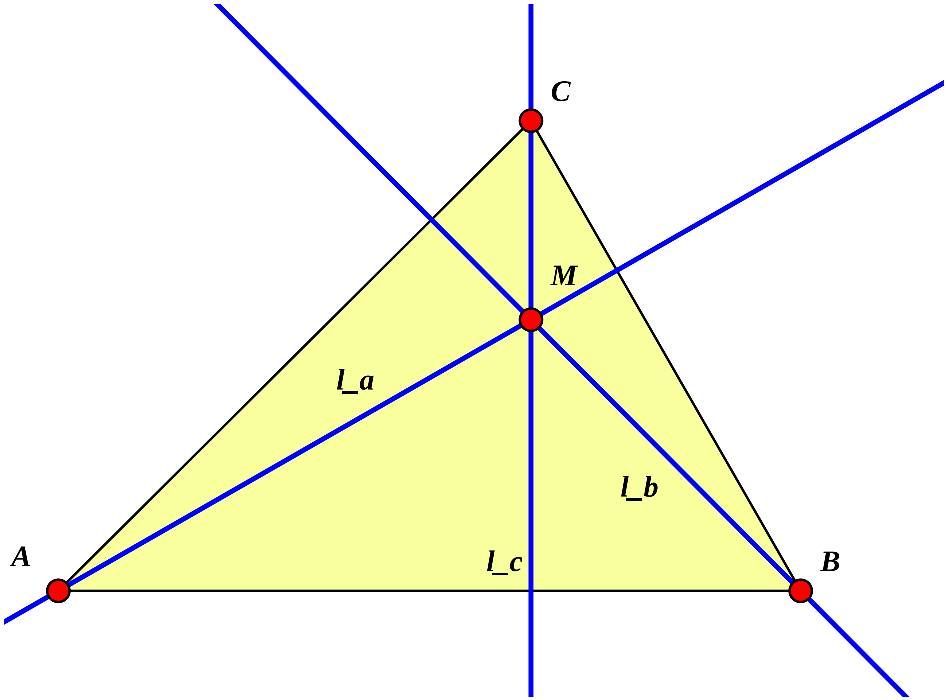
1. l_c = Lotgerade durch C senkrecht auf g_{AB},
2. $H_c = g_{AB} \cap l_c$,
3. $h_c = \overline{CH_c}$ Höhe von Δ auf c,
4. analog: h_a, h_b, l_a und l_b.

Satz 2

In einem Dreieck ABC schneiden sich die Lotgeraden l_a, l_b und l_c durch die Höhen in einem Punkt M.

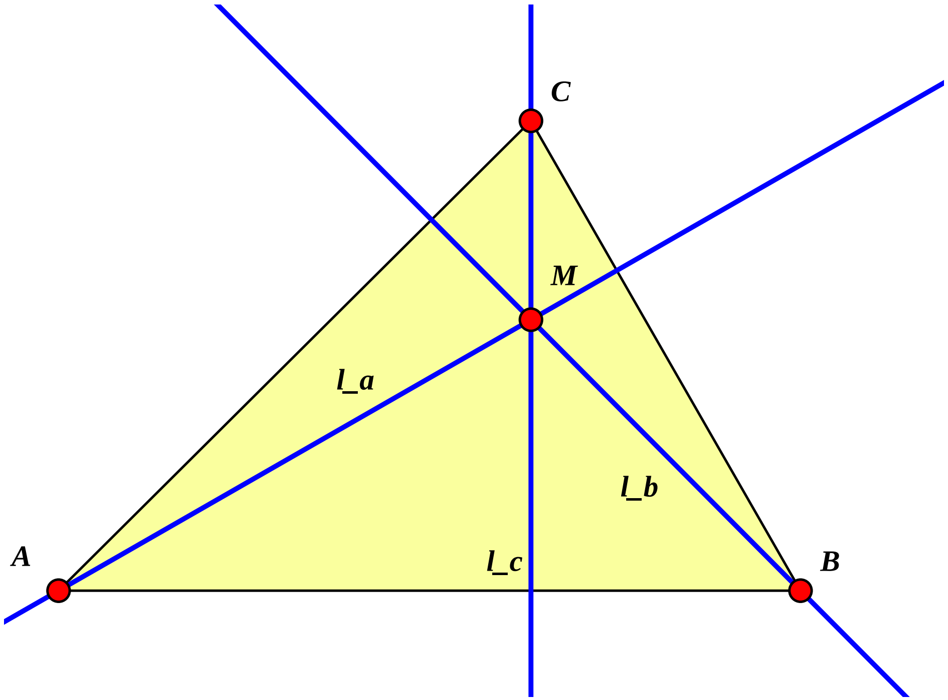
Satz 2

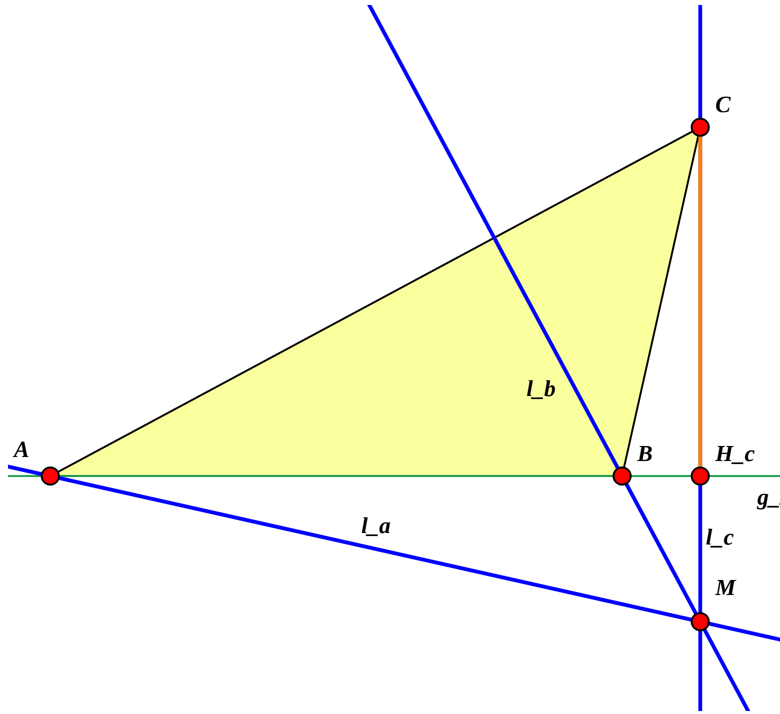
In einem Dreieck ABC schneiden sich die Lotgeraden l_a, l_b und l_c durch die Höhen in einem Punkt M.



Satz 2

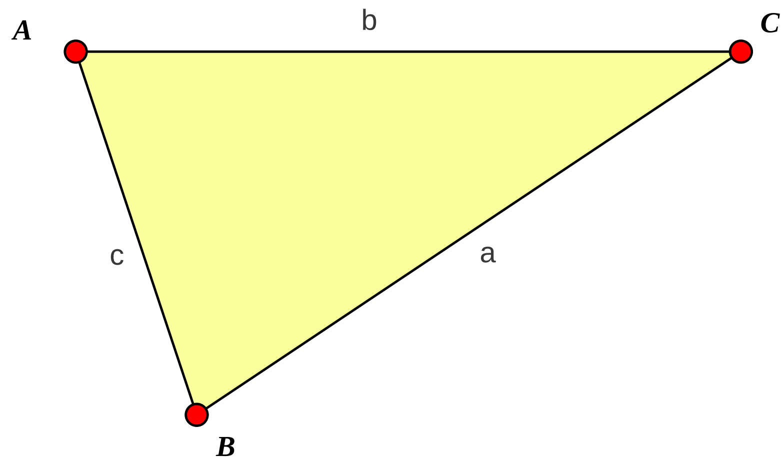
In einem Dreieck ABC schneiden sich die Lotgeraden l_a, l_b und l_c durch die Höhen in einem Punkt M.





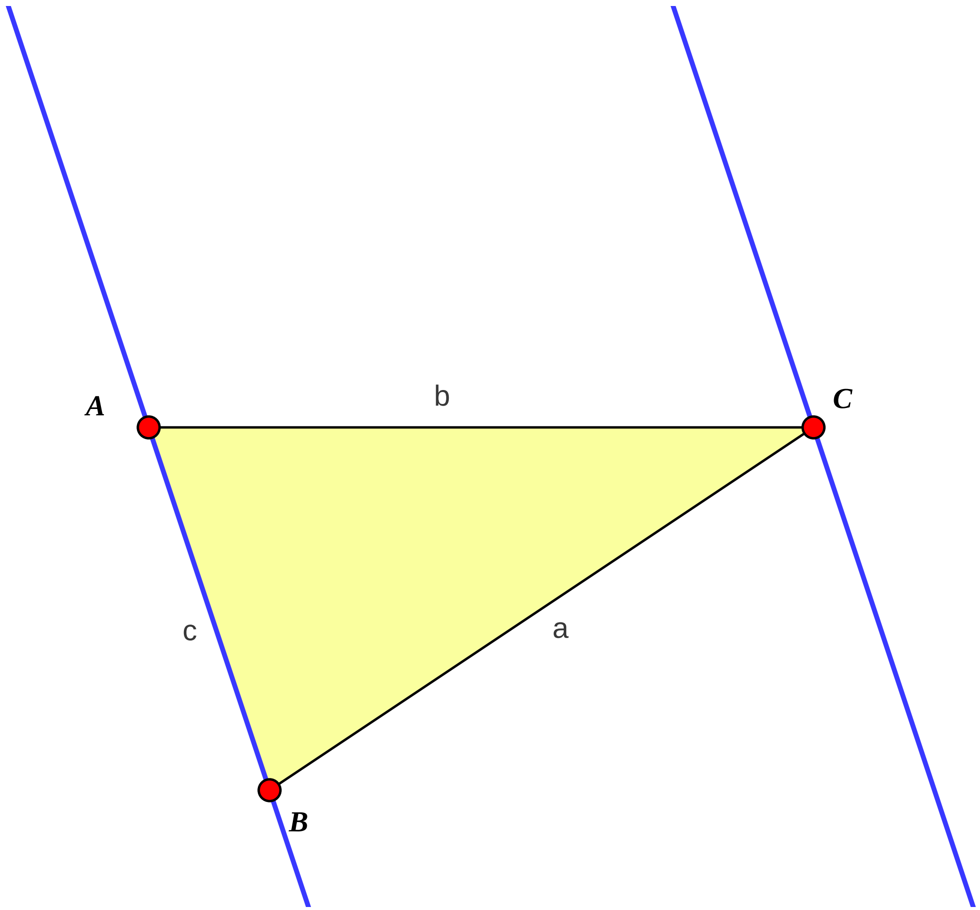
Beweis von Satz 2

Betrachte das Dreieck ABC:



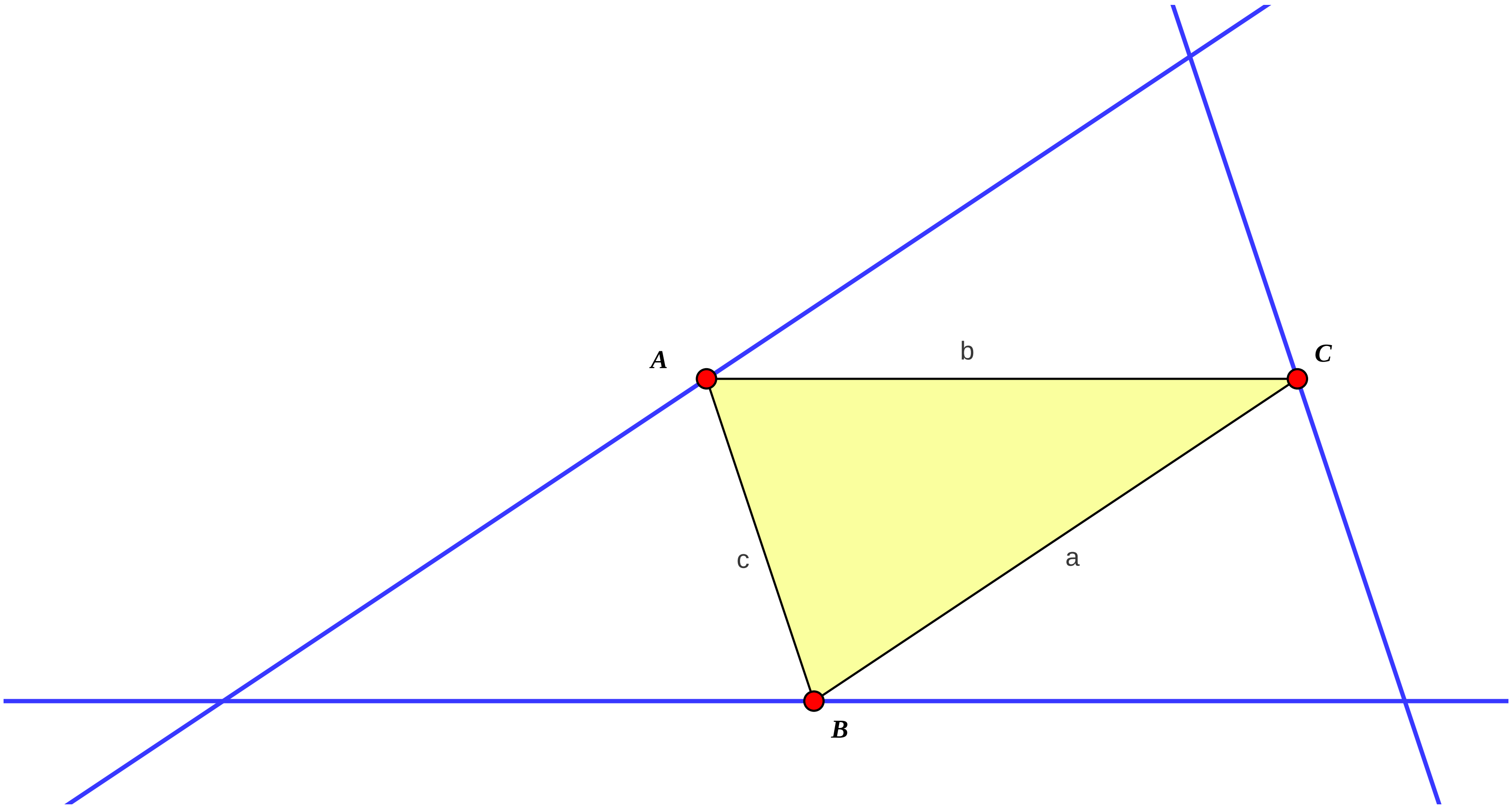
Beweis von Satz 2

Lege durch C eine Parallele zu $c = \overline{AB}$:



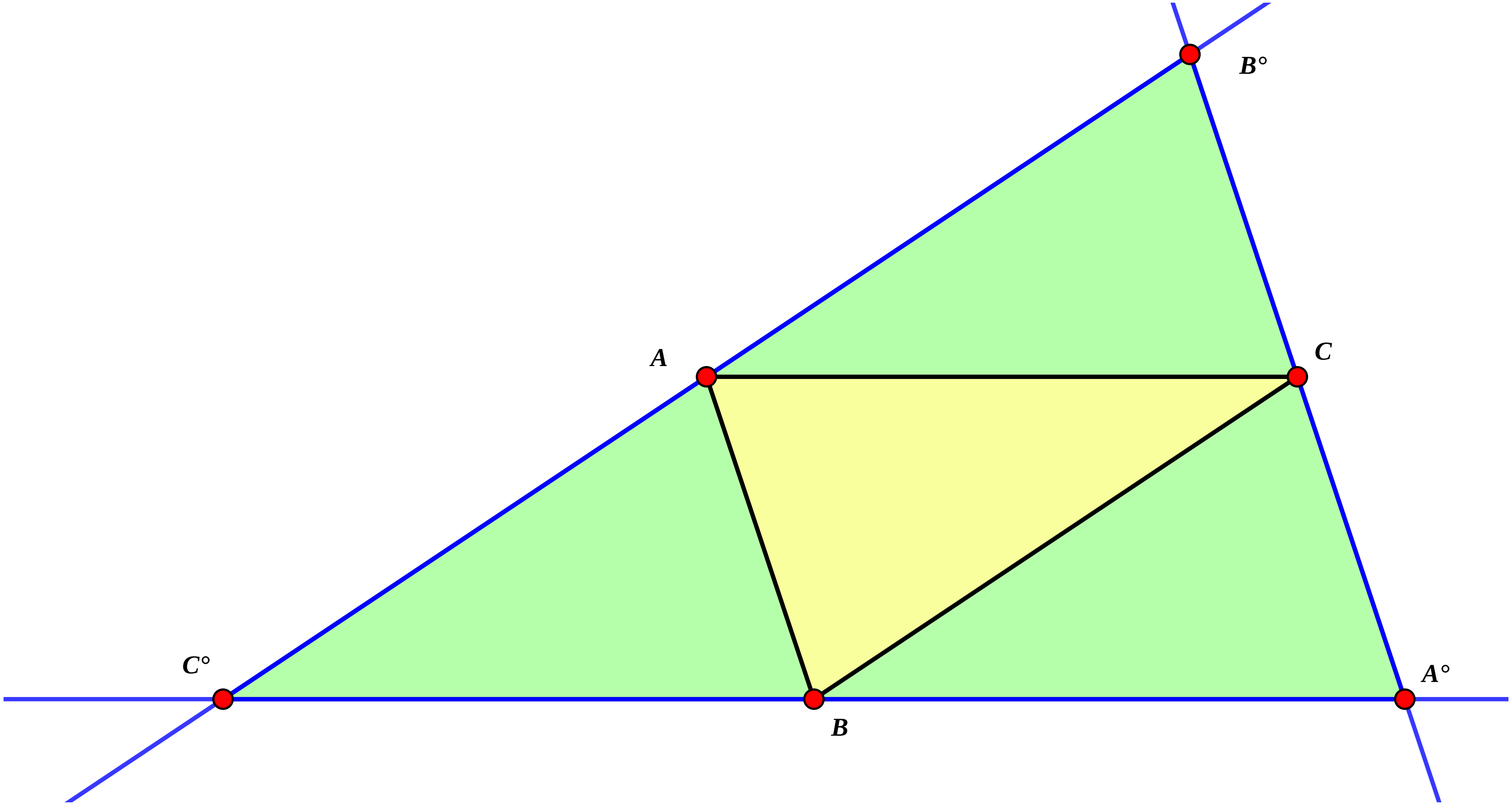
Beweis von Satz 2

Analog lege durch A bzw. B Parallelen zu a bzw. b:



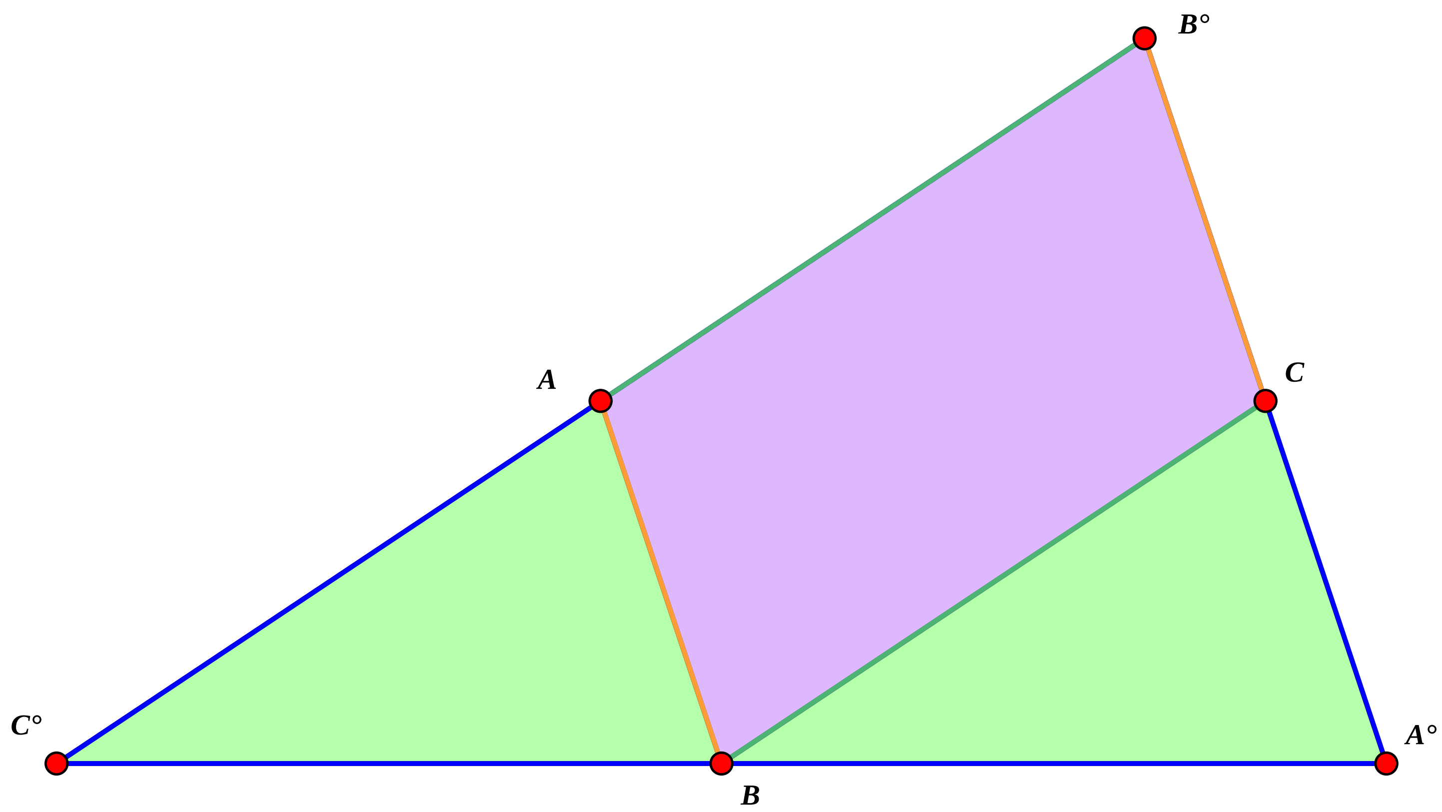
Beweis von Satz 2

Wir erhalten ein neues Dreieck $A^\circ B^\circ C^\circ$:



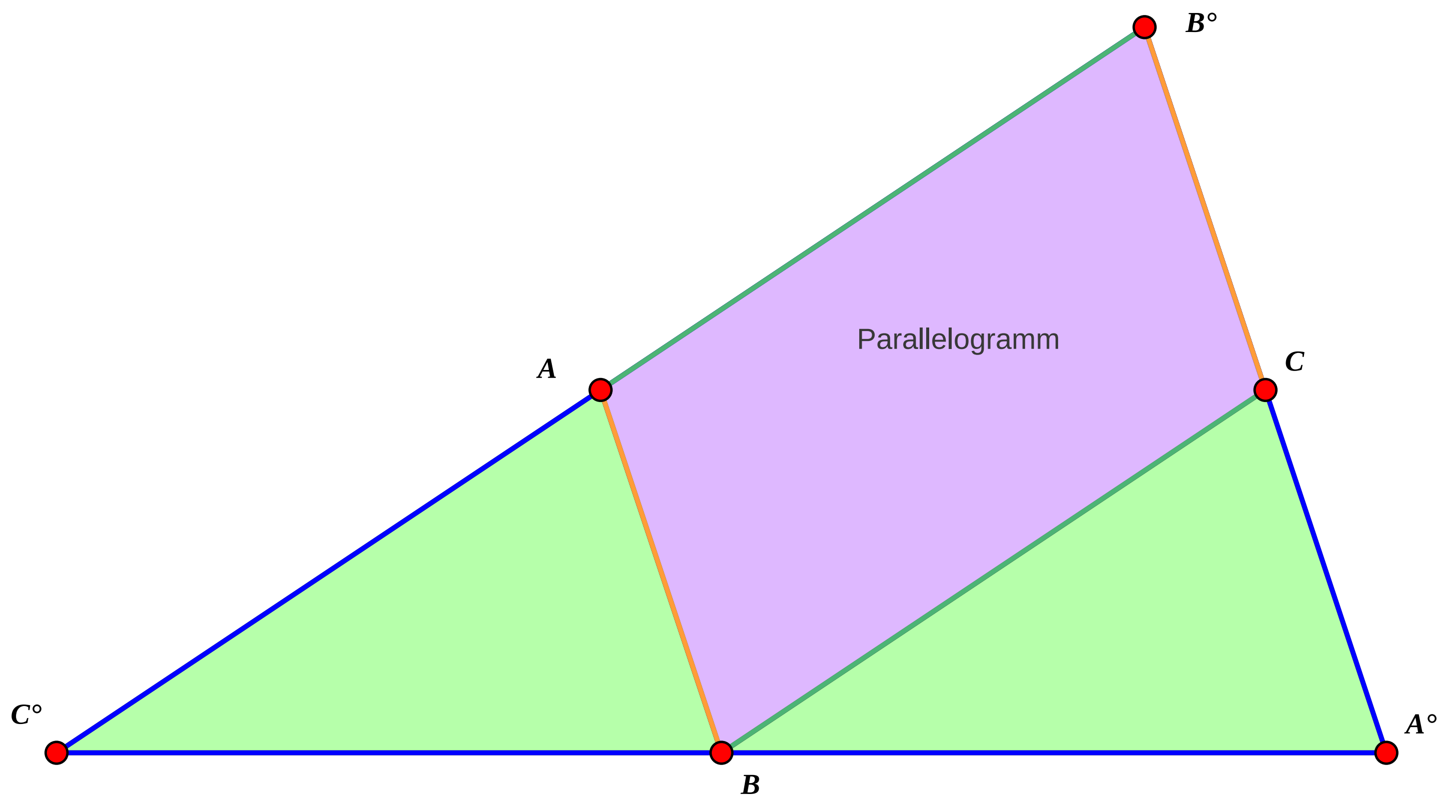
Beweis von Satz 2

Nach Konstruktion gilt: $\overline{AB} \,||\, \overline{B^\circ C}$ und $\overline{AB^\circ} \,||\, \overline{BC}$:



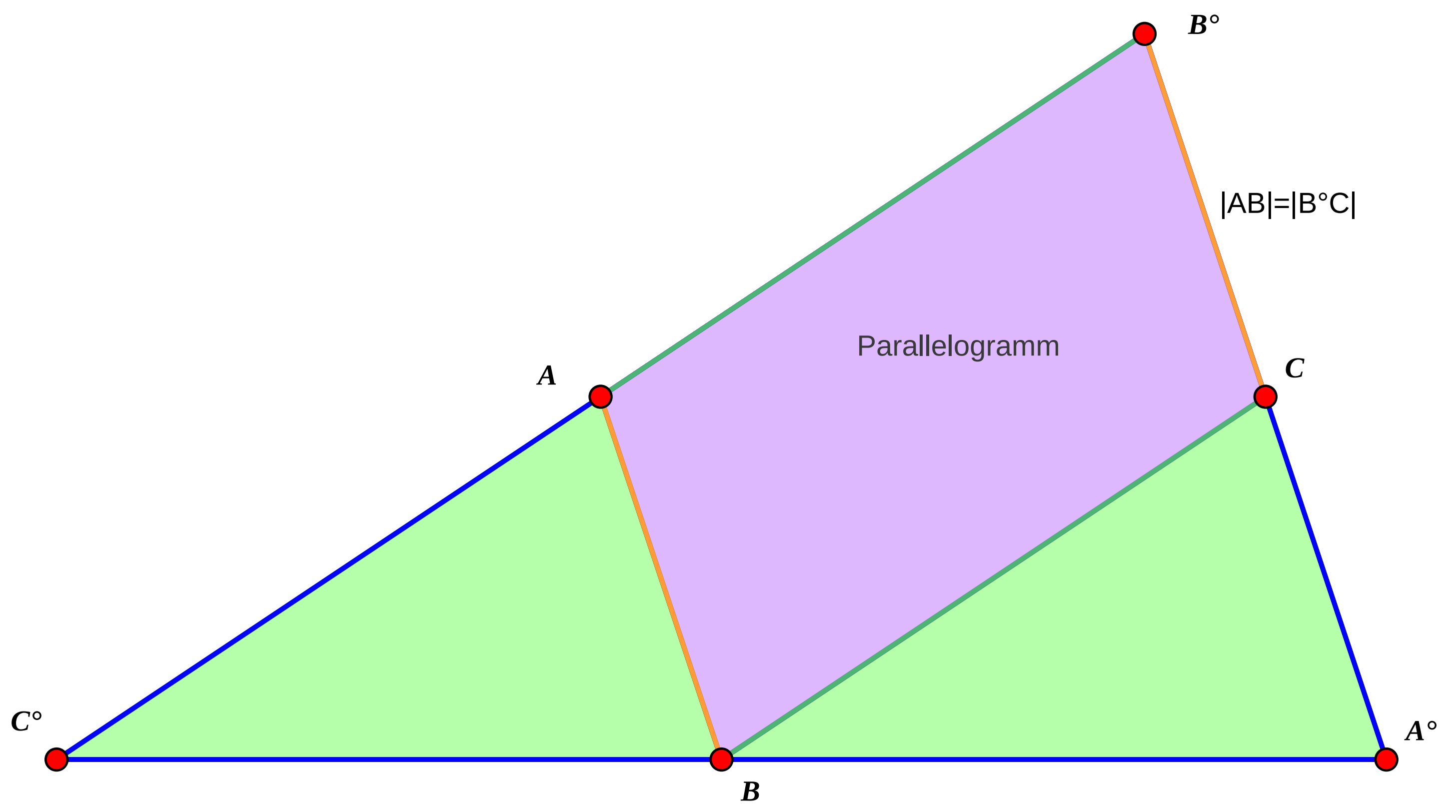
Beweis von Satz 2

Also ist $ABCB^{\circ}$ ein Parallelogramm,



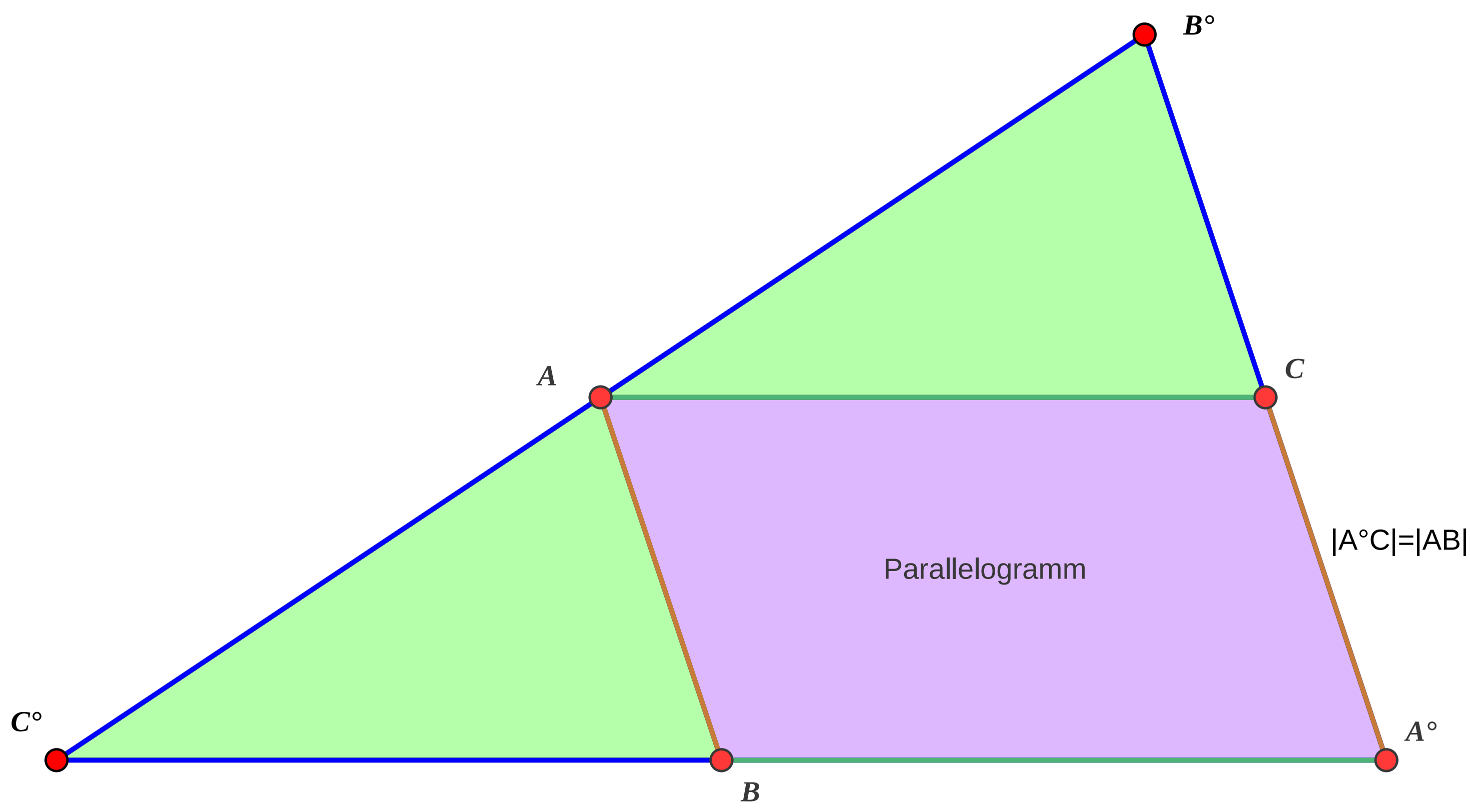
Beweis von Satz 2

und somit: $|AB| = |B°C|$.



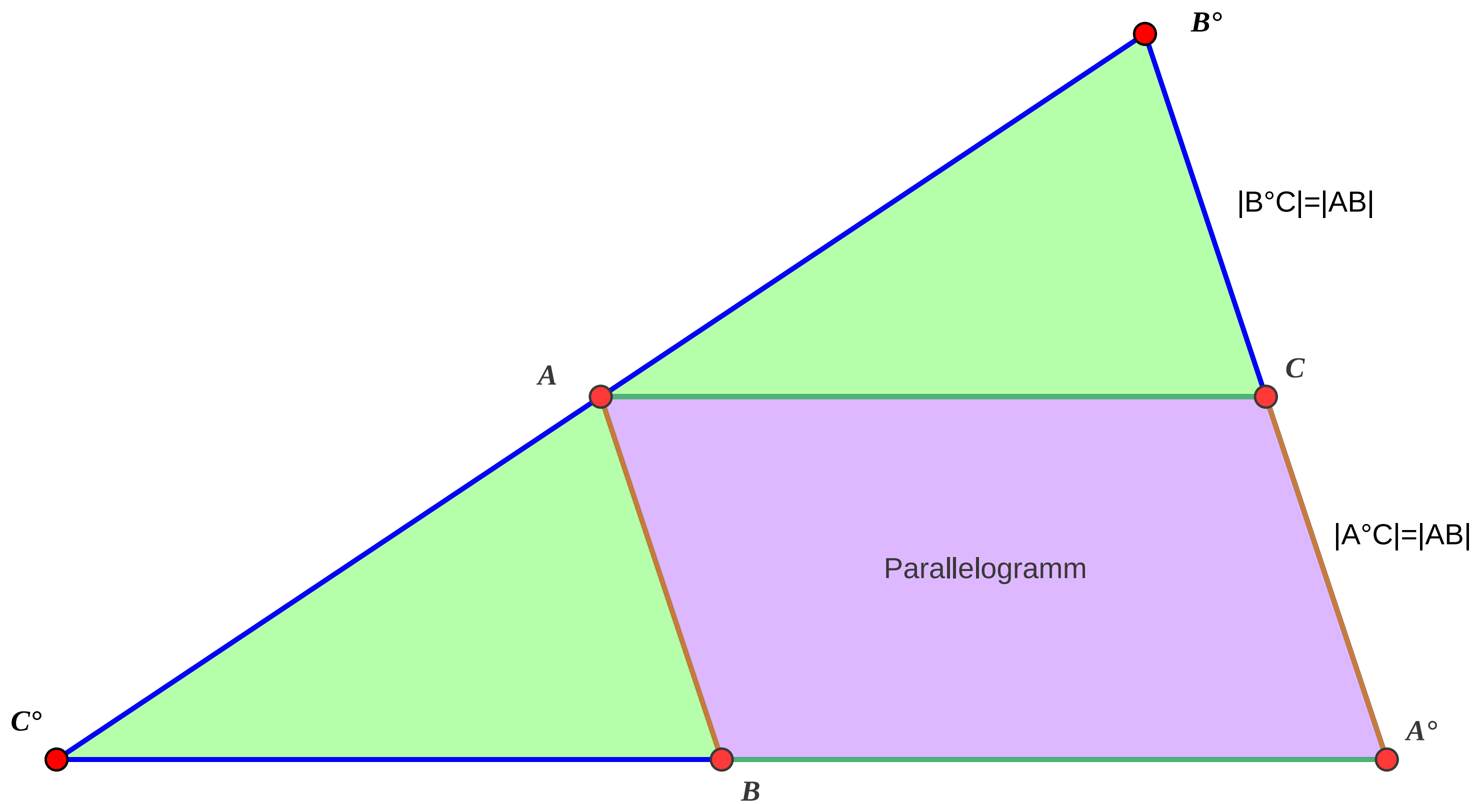
Beweis von Satz 2

Analog folgt: $|AB| = |A°C|$.



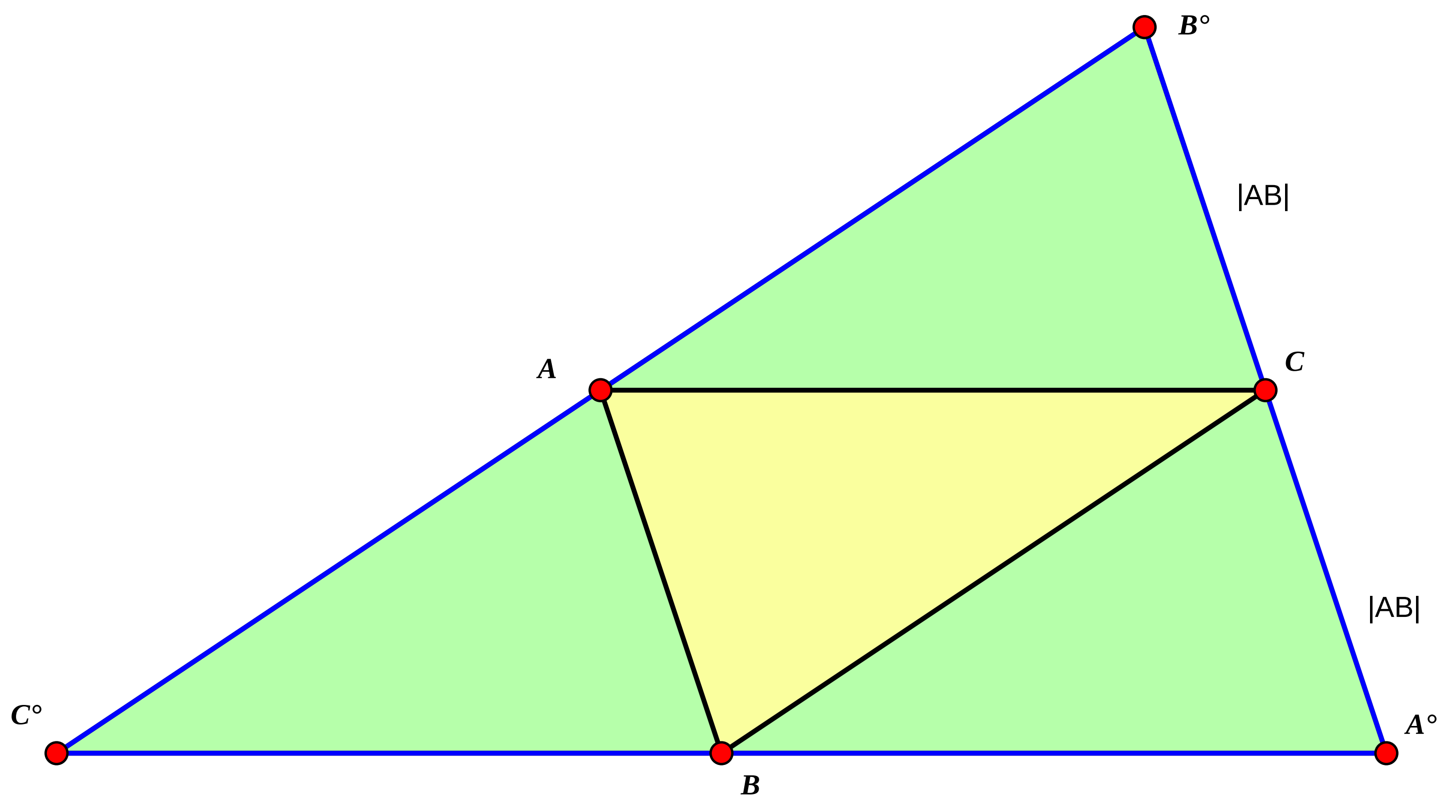
Beweis von Satz 2

Also: $|B°C| = |AB| = |A°C|$, $\ldots$



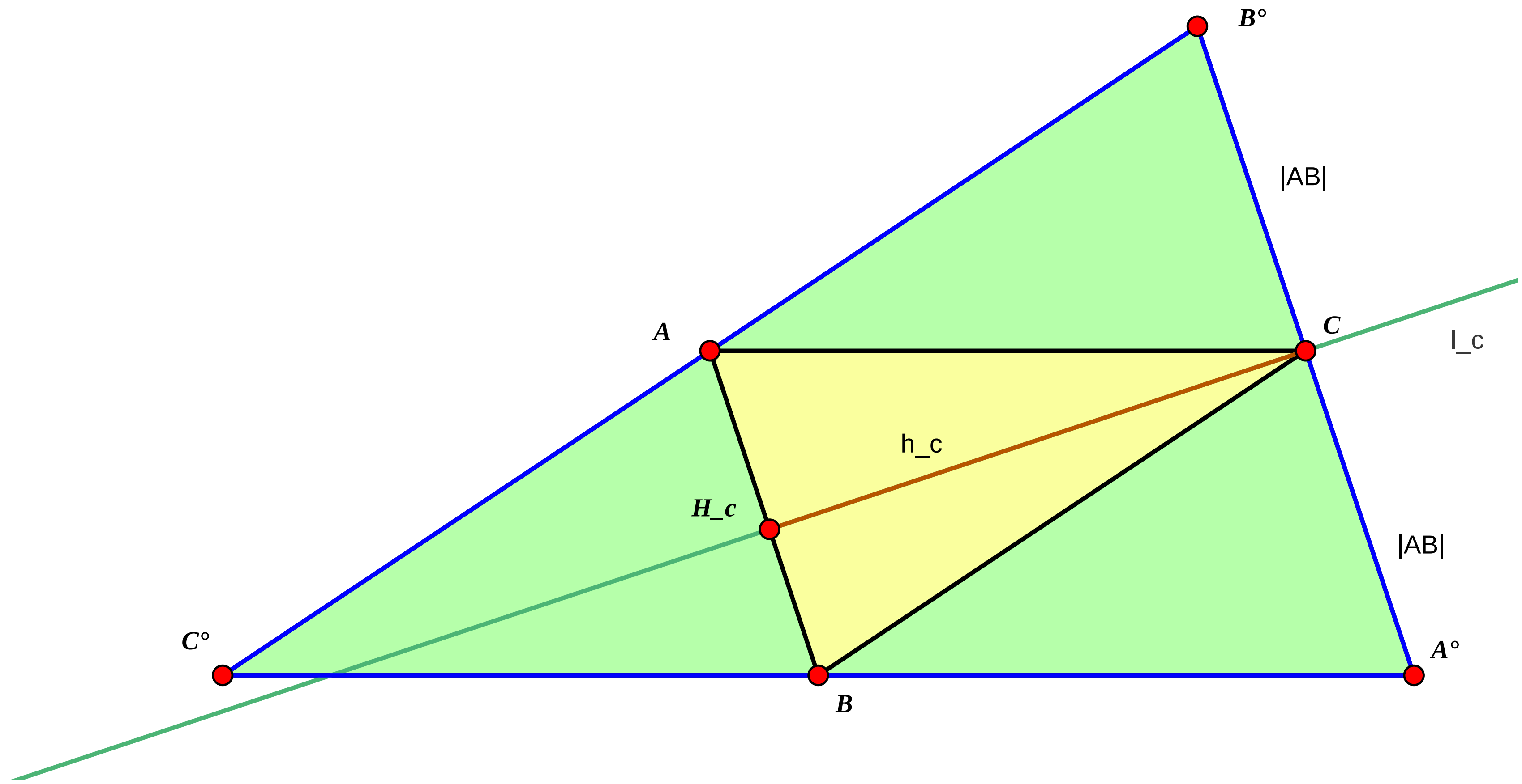
Beweis von Satz 2

. . . und C ist Mittelpunkt von $\overline{A^\circ B^\circ}$.



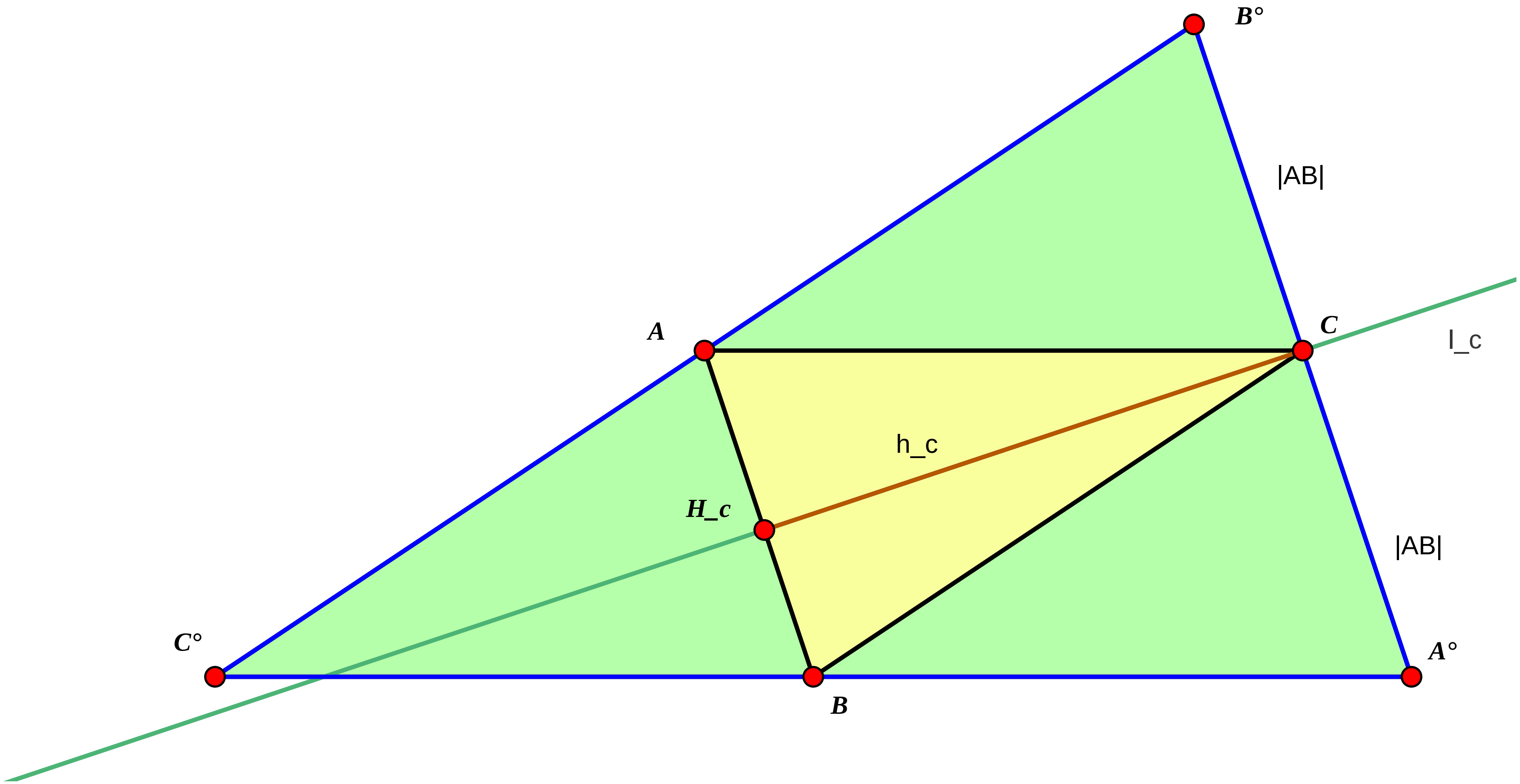
Beweis von Satz 2

Beachte: $l_c \perp \overline{AB}$ und $\overline{AB} \parallel \overline{A^\circ B^\circ}$, also $l_c \perp \overline{A^\circ B^\circ}$



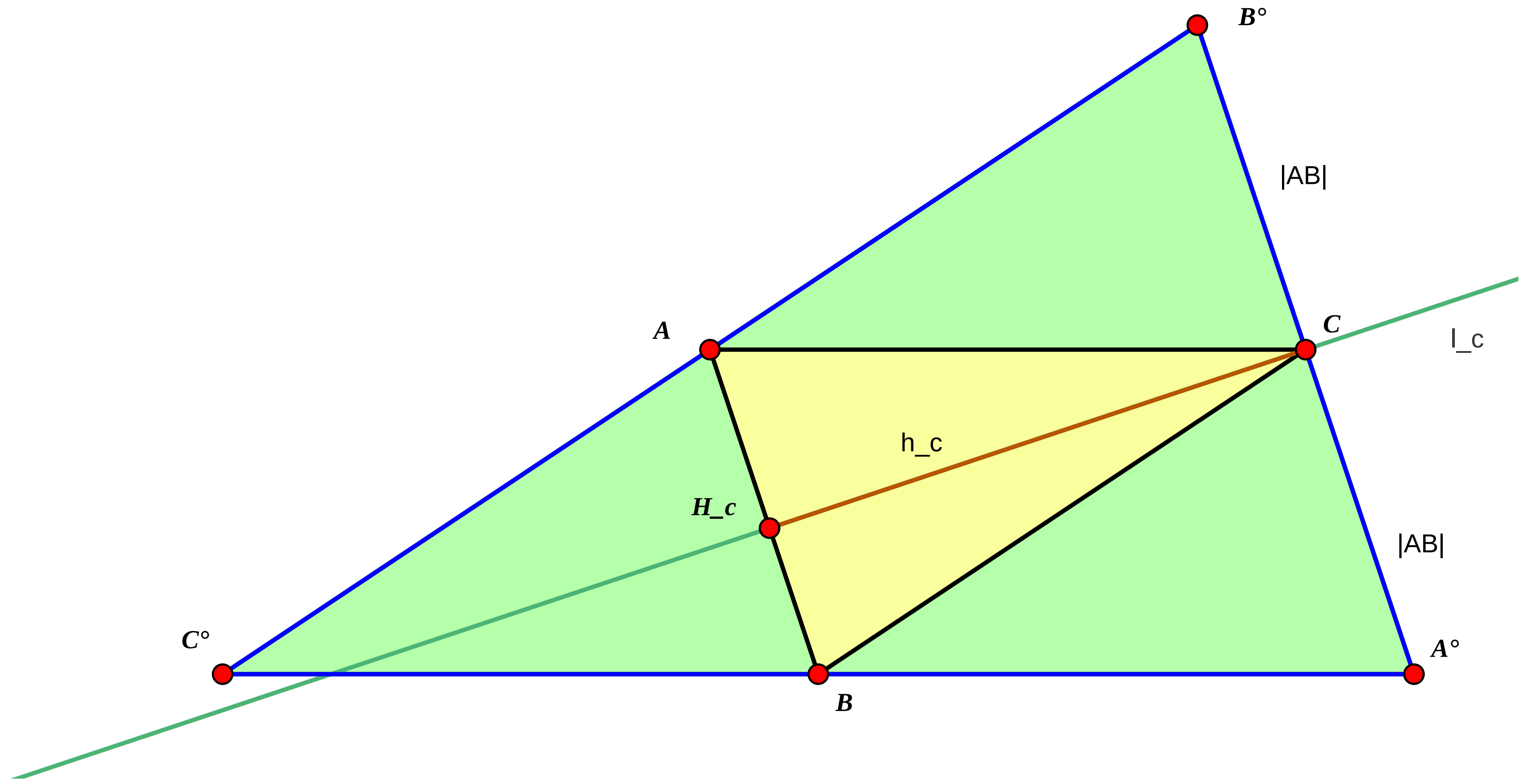
Beweis von Satz 2

Da l_c den Mittelpunkt C von $\overline{A^\circ B^\circ}$ enthält . . .



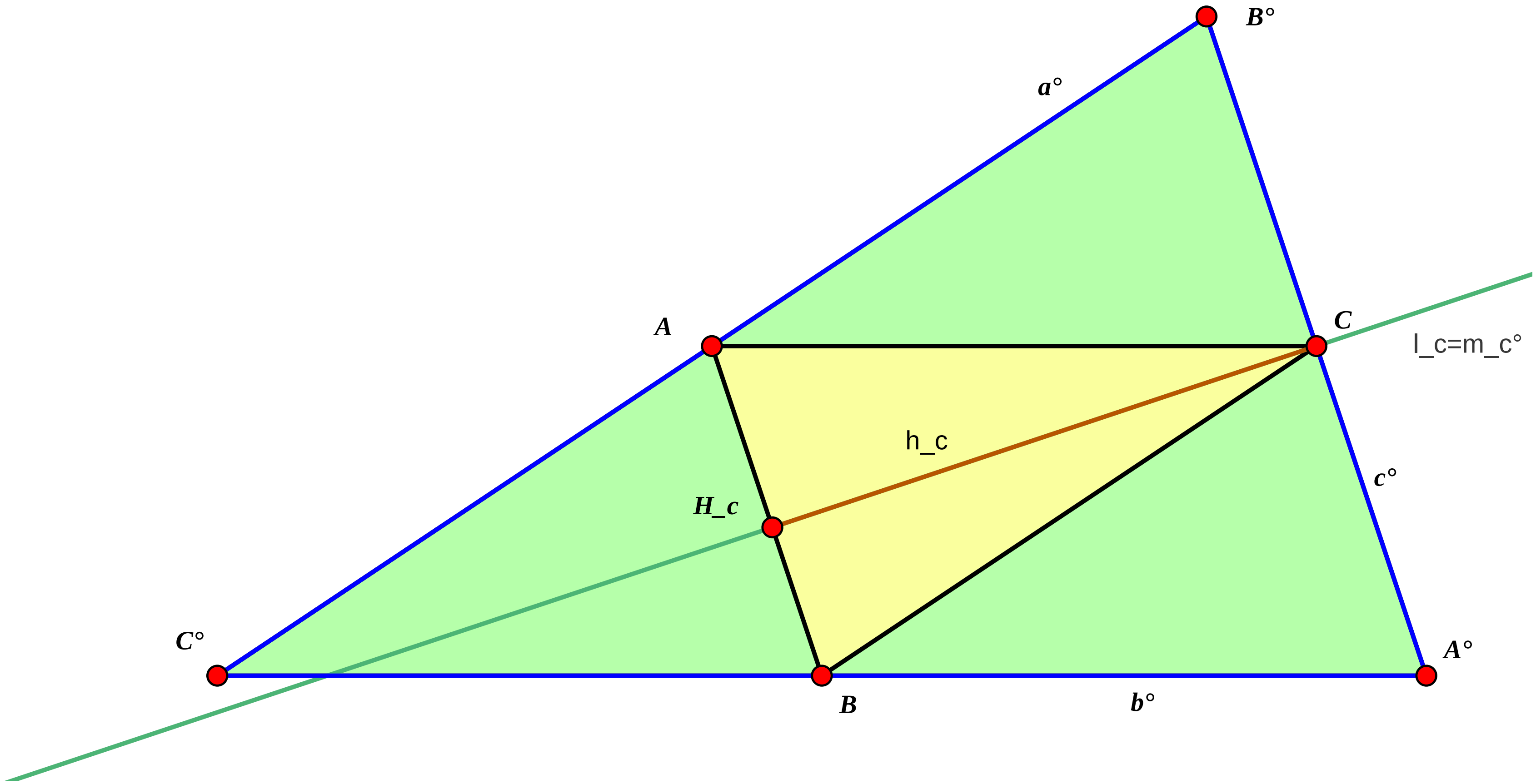
Beweis von Satz 2

… und $l_c \perp \overline{A^\circ B^\circ}$ folgt …



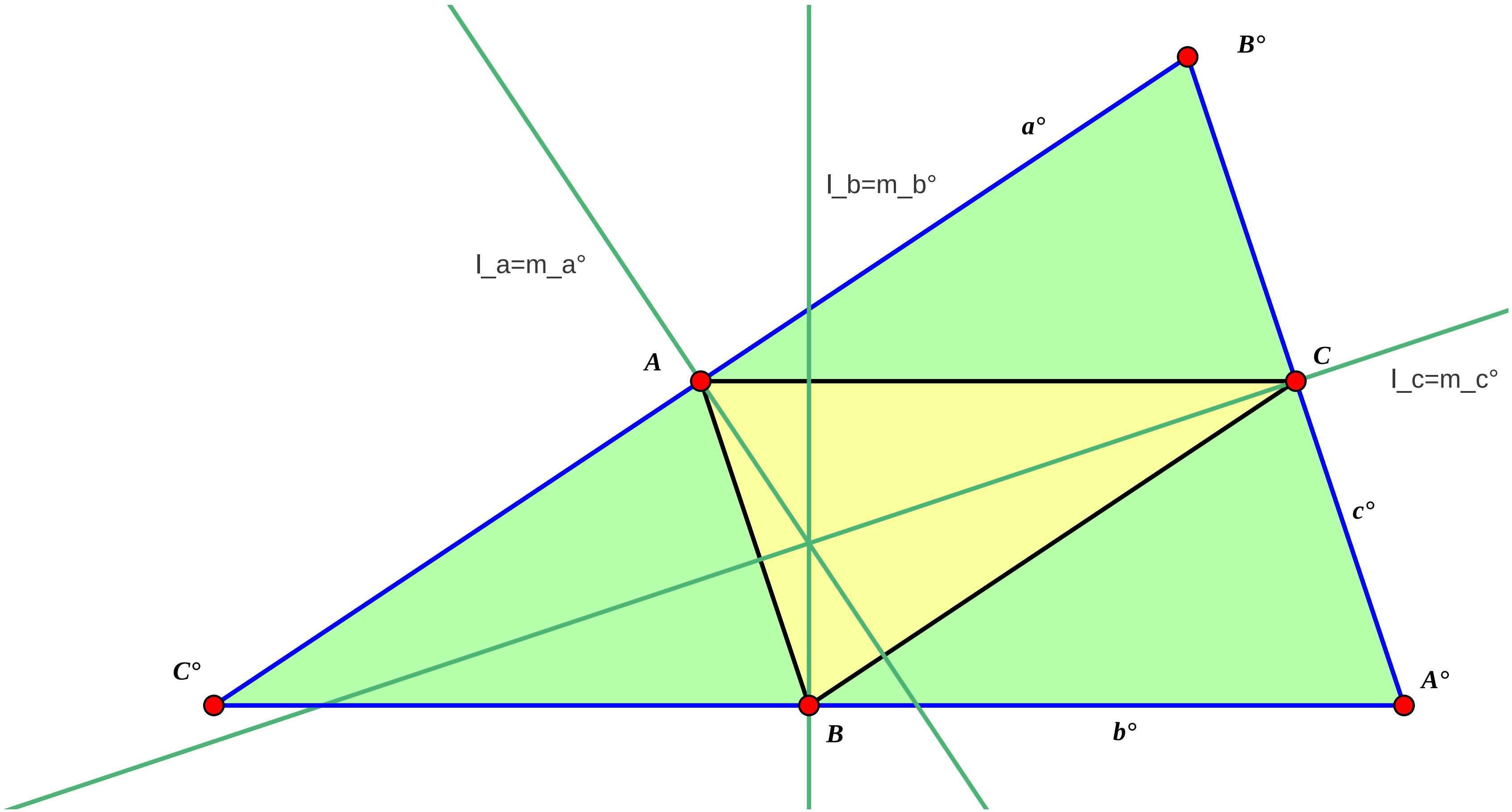
Beweis von Satz 2

$\ldots \quad l_c = m_{c^\circ}$ ist die Mittelsenkrechte von $\overline{A^\circ B^\circ}$.



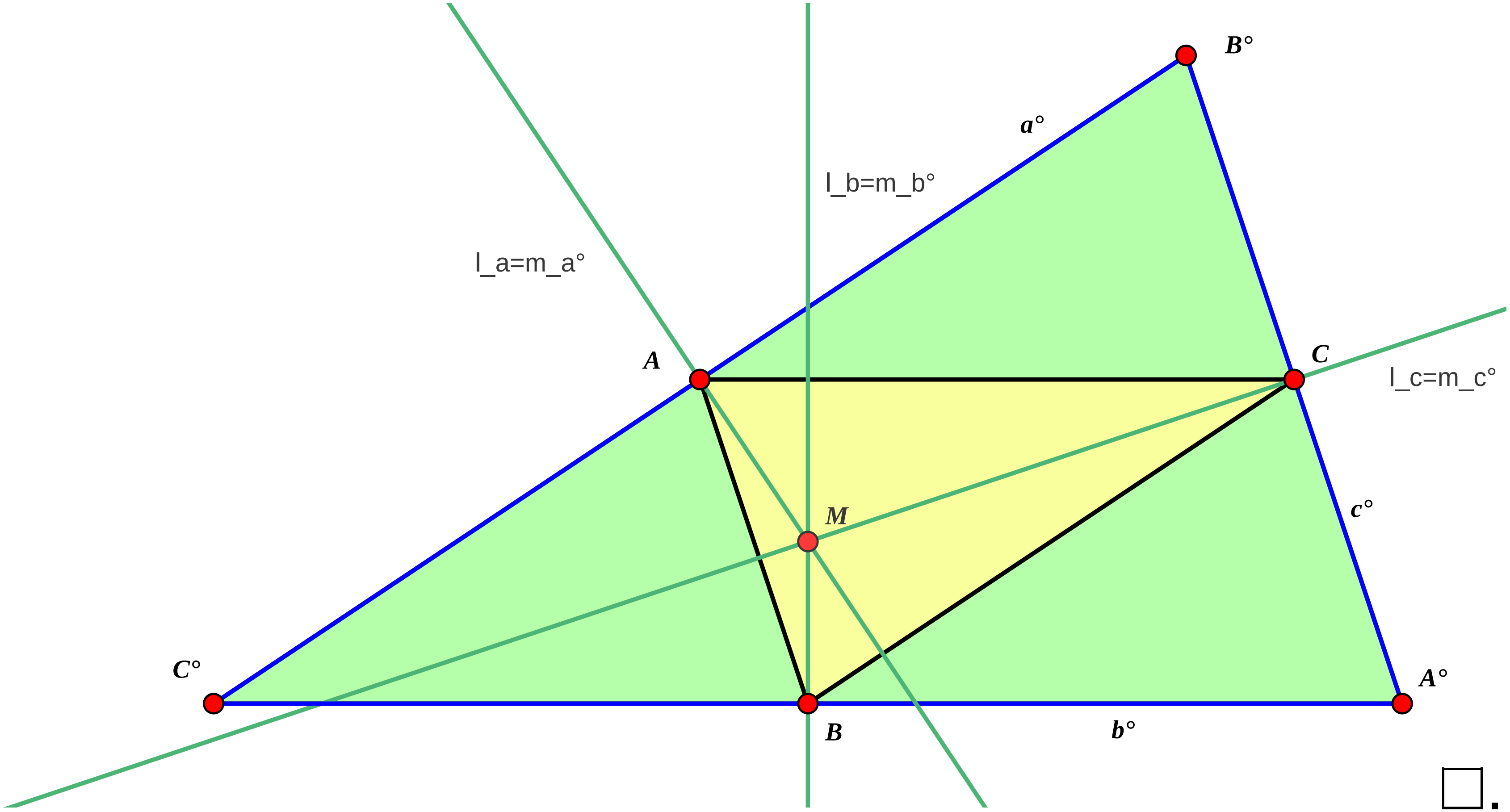
Beweis von Satz 2

Analog: $l_a = m_{a^\circ}$ und $l_b = m_{b^\circ}$ sind Mittelsenkrechten in $A^\circ B^\circ$



Beweis von Satz 2

Damit folgt aus Satz 1, daß $l_a \cap l_b \cap l_c = \{M\}$.



$\square$.