Eberhard Karls Universität Tübingen Sommersemester 2019
Fachbereich Mathematik
PD Dr. Jörg Zintl

Algebraische Kurven

Übungsaufgaben zum 4. Tutorium am 22.05.2019

Aufgabe 14.
Consider the smooth projective cubic $C := V(Y^2Z - X^3 + XZ^2)$ and the projective line $L = \mathbb{P}^1 = V(Y)$.

a) Show that $\varphi(X : Y : Z) := (X : 0 : Z)$ defines a morphism $\varphi : C \to L$.

b) Compute for all $P \in C$ the ramification index $\varrho_p(\varphi)$ of φ in P.

c) Compute the degree $\deg(\varphi)$ of φ.

Aufgabe 15.
Consider the complex torus $T := \mathbb{C}/(\mathbb{Z} \oplus i\mathbb{Z})$. For $m \in \mathbb{N}_{>0}$ let $\varphi_m : T \to T$ be the map defined on classes $[z] \in T$ by $\varphi([z]) := [mz]$. Show that φ_m is well-defined, surjective and even holomorphic, and determine the degree of φ_m.

Aufgabe 16. (Keine Abgabe, Präsenzübung)
Consider a polynomial $f \in \mathbb{C}[X]$. Discuss, how f can be interpreted as holomorphic map between compact Riemann surfaces, and describe its ramification.

Aufgabe 17. (Keine Abgabe, Präsenzübung)
Let $\varphi : X \to Y$ be a holomorphic map between Riemann surfaces. Show that the set of ramification points $\mathcal{R} := \{P \in X : \varrho_P(\varphi) > 0\}$ is discrete in X.

Abgabe der Lösungen zu Aufgaben 14 und 15 am 22.05.2019 in der Übung.