Eberhard Karls Universität Tübingen Sommersemester 2019
Fachbereich Mathematik
PD Dr. Jörg Zintl

Algebraische Kurven

Übungsaufgaben zum 10. Tutorium am 17.07.2019

Aufgabe 36.
Consider the smooth curve $C := \mathbb{P}^1$. Let $H \in \mathrm{Div}(\mathbb{P}^1)$ be the divisor given by the point at infinity $H := (1 : 0)$. Let $m \in \mathbb{N}_{>0}$.

a) Describe the map $\varphi_{|mH|} : \mathbb{P}^1 \to \mathbb{P}^n$, for a suitable number $n \in \mathbb{N}$.

b) Show that $\varphi_{|mH|}$ is a bijection from C onto a projective subvariety $V(F_1, \ldots, F_k)$, for suitable homogeneous polynomials $F_1, \ldots, F_k \in \mathbb{C}[X_0, \ldots, X_n]$.

Aufgabe 37.
Let C be a compact Riemann surface of genus $g \geq 1$. Let $P \in \mathrm{Div}(C)$ be given by a point $P \in C$. Show that the linear system $|P|$ is not base point free.

Aufgabe 38. (Keine Abgabe, Präsenzübung)
Let $C \subset \mathbb{P}^2$ be a smooth projective plane curve of degree d. Let $L \subset \mathbb{P}^2$ be a line, such that $L \neq C$. Consider the divisor $H := L.C \in \mathrm{Div}(C)$. Show that H is generated by global sections.

Aufgabe 39. (Keine Abgabe, Präsenzübung)
Let C be a compact Riemann surface. Show that C is of genus $g = 1$ if and only if C is isomorphic to a smooth projective plane curve of degree $d = 3$.

Abgabe der Lösungen zu Aufgaben 36 und 37 am 17.07.2019 in der Übung.