Eberhard Karls Universität Tübingen Sommersemester 2018

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl

Analysis 1 / Mathematik für Physiker 1

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Seien M und N nichtleere Mengen, und seien $pr_1 : M \times N \to M$ beziehungsweise $pr_2 : M \times N \to N$ die Projektionsabbildungen. Beweisen Sie:

a) Eine Abbildung $f : M \to N$ ist genau dann injektiv, wenn $pr_2|\text{Graph}(f)$ injektiv ist.

b) Eine Abbildung $f : M \to N$ ist genau dann surjektiv, wenn $pr_2|\text{Graph}(f)$ surjektiv ist.

Aufgabe 2. Seien M und N nichtleere Mengen, und seien $pr_1 : M \times N \to M$ beziehungsweise $pr_2 : M \times N \to N$ die Projektionsabbildungen. Beweisen Sie:

Eine Teilmenge $G \subseteq M \times N$ ist genau dann der Graph einer Abbildung $f : M \to N$, wenn $pr_1|G$ ein Isomorphismus ist.

Aufgabe 3. Sei $n \in \mathbb{N}$ und $M \subseteq \mathbb{R}$ eine endliche Teilmenge der Mächtigkeit $|M| = n+1$. Sei $a : \{0, \dots, n\} \to M$ eine Abzählung von M, und $x_i := a(i)$ für $i \in \{0, \dots, n\}$. Sei

$$S := \sum_{i=0}^{n} x_i.$$

a) Sei $0 < n_0 \leq n$. Zeigen Sie die Gleichheit $S = \sum_{i=0}^{n_0-1} x_i + \sum_{i=n_0}^{n} x_i$.

b) Zeigen Sie, daß der Wert $S \in \mathbb{R}$ unabhängig von der gewählten Abzählung ist.

Aufgabe 4. Beweisen Sie für alle $0 \neq n \in \mathbb{N}$ die folgenden Gleichheiten:

a) $\sum_{i=0}^{n} (2i+1) = (n+1)^2$

b) $\sum_{i=1}^{n} i^3 = (\sum_{i=1}^{n} i)^2$.

Abgabetermin: Dienstag, 15.05.2018 bis 13 Uhr, Übungsleiter-Postkästen in Bau C