

Analysis 1 / Mathematik für Physiker 1 Übungsblatt 5

Aufgabe 1&2. In welchen der folgenden Fälle liegt eine Ordnungsrelation bzw. sogar eine Totalordnung auf der jeweiligen Menge M vor? Begründen Sie, welche Axiome gegebenenfalls erfüllt oder verletzt sind.

a) Sei $M = \mathcal{P}(X)$ die Potenzmenge einer endlichen Menge X , und für $U, V \in M$ sei

$$U \leq V \Leftrightarrow |U| \leq |V|.$$

b) Für $n \in \mathbb{N}$ sei $U_n := \{0, \dots, n\} \subseteq \mathbb{N}$. Sei $M := \{U_n : n \in \mathbb{N}\}$, und für $U, V \in M$ sei

$$U \leq V \Leftrightarrow \text{es gibt eine surjektive Abbildung } f : V \rightarrow U.$$

c) Sei $M = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, und für $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in M$ sei

$$(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2 \text{ oder } (x_1 = x_2 \text{ und } y_1 \leq y_2).$$

d) Sei $M = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \leq y\}$, und für $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in M$ sei

$$(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leq y_2 \text{ und } x_2 \leq y_1.$$

Aufgabe 3. Seien $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x \cdot y < 0$. Zeigen Sie:

$$|x + y| < \max(\{|x|, |y|\}).$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß die Menge

$$M := \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ und für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt } n! > 4^n x\}$$

ein Supremum in \mathbb{R} besitzt.

Abgabetermin: Dienstag, 05.06.2018 bis 13 Uhr, Übungsleiter-Postkästen in Bau C