

## Elliptische Funktionen und elliptische Kurven

### Übungsaufgaben zum Tutorium am 30.10.2018

**Aufgabe 5.** Zeigen Sie:

a) Die Menge der Punkte einer affinen ebenen Kurve  $C_0 \subset \mathbb{C}^2$  ist nicht endlich.

Zeigen Sie mit Methoden der Funktionentheorie:

b) Die Menge der Punkte einer affinen ebenen Kurve  $C_0 \subset \mathbb{C}^2$  ist nirgends dicht in  $\mathbb{C}^2$ .

c) Eine affine ebene Kurve  $C_0 \subset \mathbb{C}^2$  enthält keine diskreten Punkte.

**Aufgabe 6. a)** Zeichnen Sie perspektivisch korrekt eine Parabel!

In  $(X, Y, Z)$ -Koordinaten sei die Parabel gegeben durch die Bedingungen  $Z = 1$  und  $X = Y^2$ . Gezeichnet wird in der Leinwand-Ebene  $X = 1$ .

b) Wiederholen Sie Aufgabe a) für  $X = Y^d$ , mit  $d \geq 2$ .

c) Wie verändert sich das Bild, wenn Sie sich zusammen mit der Leinwand um  $90^\circ$  drehen? Gezeichnet wird dann in der Ebene  $Y = 1$ .

**Aufgabe 7.** Zeigen Sie: Je zwei verschiedene projektive Geraden in  $\mathbb{P}^2$  schneiden sich in genau einem Punkt.

**Aufgabe 8.** Sei  $C_0 \subset \mathbb{C}^2$  eine affine ebene Kurve und  $C_0 \subset C \subset \mathbb{P}^2$  ihr projektiver Abschluß.

a) Zeigen Sie: Ist  $C_0$  irreduzibel, dann auch  $C$ .

b) Gilt auch die Umkehrung von a)?

**Keine Abgabe, nur zur Vorbereitung auf das Tutorium!**