

Elliptische Funktionen und elliptische Kurven

Übungsaufgaben zum Tutorium am 06.11.2018

Aufgabe 9

Seien $C_1, C_2 \subset \mathbb{P}^2$ zwei projektive ebene Kurven ohne gemeinsame Komponenten. Sei $C := C_1 \cup C_2$. Sei $L \subset \mathbb{P}^2$ eine Gerade, die nicht in C enthalten ist, und sei $P \in L$. Zeigen Sie:

$$i_P(C, L) = i_P(C_1, L) + i_P(C_2, L).$$

Aufgabe 10

Zeigen Sie, dass jede irreduzible projektive Quadrik glatt ist.

Aufgabe 11

Sei $F(X, Y, Z) := Y^2Z - X^3 + XZ^2 \in \mathbb{C}[X, Y, Z]$ und $C := V(F) \subset \mathbb{P}^2$.

a) Zeigen Sie: C ist irreduzibel.

b) Bestimmen Sie die Schnittmultiplizitäten aller Schnittpunkte von C mit den jeweiligen Geraden L_X, L_Y und L_Z .

Aufgabe 12

Sei (C, \mathcal{O}) eine elliptische Kurve. Seien $P, R \in C$. Bestimmen Sie graphisch die Punkte $X \in C$ mit

- a) $2P = X$;
- b) $P + X = R$;
- c) $2X = \mathcal{O}$.

Keine Abgabe, nur zur Vorbereitung auf das Tutorium!