

Elliptische Funktionen und elliptische Kurven

Übungsaufgaben zum 10. Tutorium am 22.01.2019

Aufgabe 35

Sei $U \subseteq \mathbb{C}$ offen und $f : U \rightarrow \mathbb{C}$ meromorph. Sei $z_0 \in U$, und sei $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden beiden Aussagen:

- (1) $\text{ord}_{z_0}(f) = k$;
- (2) $g(z) := \frac{f(z)}{(z-z_0)^k}$ ist holomorph fortsetzbar in z_0 mit $g(z_0) \neq 0$.

Aufgabe 36

Zeigen Sie direkt aus der Definition der Topologie, dass die Riemannsche Sphäre ein kompakter topologischer Raum ist.

Aufgabe 37

Zeigen Sie, dass jede abgeschlossene diskrete Menge in einem kompakten Hausdorffschen topologischen Raum endlich ist.

Aufgabe 38

Sei $f = \frac{g}{h} \in \mathbb{C}(X)$ eine rationale meromorphe Funktion. Diskutieren Sie die dadurch definierte holomorphe Abbildung $\hat{f} : \mathbb{C} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$.

Keine Abgabe, nur zur Vorbereitung auf das Tutorium!