EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-
Naturwissenschaftliche
Fakultät

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl
Felix Dietrich

Algebraische Strukturen

Sommersemester 2018 **25.04.2018**

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe. Beweisen Sie bitte folgende Aussagen.

(a) Ist G eine zyklische Gruppe, so ist G auch abelsch.

(b) Sei $U_m := \{z \in \mathbb{C} \ : \ z^m = 1\}$ für eine natürliche Zahl $m \geq 1$. Dann ist $(U_m, \cdot)$ eine Gruppe mit der Multiplikation komplexer Zahlen als Verknüpfung.

(c) Für jedes $z \in U_5$ mit $z \neq 1$ gilt $\langle z \rangle = U_5$.

Hinweis: Man sagt auch jedes solche $z \in U_5$ ist ein Erzeuger von U_5.

Aufgabe 2

Sei $(G, \mu_G) := (\mathrm{GL}(n, \mathbb{R}), \cdot)$ die Gruppe aller invertierbaren Matrizen mit der Matrixmultiplikation als Verknüpfung. Zeigen Sie bitte, dass die folgenden Mengen Untergruppen von G definieren.

(a) $\mathrm{SL}(n) := \{A \in \mathrm{Mat}(n, n, \mathbb{R}) \ : \ \det(A) = 1\}$.

(b) Für $A \in \mathrm{Mat}(n, n, \mathbb{R})$: $H_A := \{B \in \mathrm{Gl}(n, \mathbb{R}) \ : \ B^{-1}AB = A\}$

(c) Sei weiter $(C^0([0,1]), +)$ die Gruppe der stetigen Funktionen auf $[0,1]$ mit der punktweisen Addition als Verknüpfung. Zeigen Sie bitte,

$$H := \{f \in C^0([0,1]) \ : \ \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 0\}$$

ist eine Untergruppe.

(d) Zeigen Sie bitte weiter, dass die Menge

$$\{\sigma \in \Sigma_n \ : \sigma(1) = 1\}$$

eine Untergruppe von $(\Sigma_n, \circ)$ definiert.

Schriftliche Abgabe am 02.05.2018 vor 13:00 in den Fächern im C-Bau auf Ebene 3.

Sie erreichen die Vorlesungshomepage unter
`https://www.math.uni-tuebingen.de/arbeitsbereiche/algebra/lehre/sommersemester-2018/lineare-algebra-2-multilineare-algebra`.