EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl
Felix Dietrich

Algebraische Strukturen

Sommersemester 2018 **09.05.2018**

Übungsblatt 3

Aufgabe 5

Es sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring und $\varphi : (K, +, \cdot) \to (L, +, \cdot)$ Körperhomomorphismus.

(a) Zeigen Sie bitte, für jedes $a \in R$ gilt $0_R \cdot a = 0_R$.

(b) Gilt auch für alle $a, b \in R$, $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ oder $b = 0$?

(c) Zeigen Sie bitte, dass entweder $\varphi \equiv 0$ ($\varphi(x) = 0\ \forall x \in K$) oder $\varphi(1) = 1$ und φ injektiv ist.

Aufgabe 6

Sei G eine Gruppe und V ein $\mathbb{R}-$Vektorraum. Wir betrachten einen Gruppenhomomorphismus $\varphi : G \to \mathrm{Gl}(V)$. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\begin{aligned} \varphi^* : G &\to \mathrm{Gl}(V^*) \\ g &\mapsto \left(\psi \mapsto \psi \circ \varphi(g^{-1})\right), \quad \psi \in V^* := \mathrm{Hom}(V; \mathbb{R}) \end{aligned}$$

wieder ein Gruppenhomomorphismus ist.

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, wieso die Abbildung wohldefiniert ist.

Schriftliche Abgabe am 16.05.2018 vor 13:00 in den Fächern im C-Bau auf Ebene 3.

Sie erreichen die Vorlesungshomepage unter
`https://www.math.uni-tuebingen.de/arbeitsbereiche/algebra/lehre/sommersemester-2018/lineare-algebra-2-multilineare-algebra`.