



Algebraische Strukturen

Sommersemester 2018

30.05.2018

Übungsblatt 5

Aufgabe 9

Seien $m, n \in \mathbb{N}$.

- Zeigen Sie bitte, die Gruppe $(m\mathbb{Z}, +)$ ist genau dann eine Untergruppe von $(n\mathbb{Z}, +)$, wenn es ein $d \in \mathbb{N}$ gibt mit $m = dn$.
- Sei $d \in \mathbb{N}$ mit $m = dn$ und $m, n \neq 0$. Konstruieren Sie bitte einen Isomorphismus zwischen $(\mathbb{Z}/d\mathbb{Z}, +)$ und $(n\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +)$.
- Bestätigen Sie bitte die Richtigkeit des Zweiten Noetherschen Isomorphiesatzes, indem Sie die Quotientengruppe von $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +)$ nach der Untergruppe $(n\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +)$ direkt bestimmen.

Aufgabe 10

- Bestimmen Sie die Untergruppe von $(\text{Gl}_2(\mathbb{R}), \cdot)$, die von folgender Menge erzeugt wird:

$$M := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix} \in \text{Gl}_2(\mathbb{R}) : b \neq \pm 1 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \in \text{Gl}_2(\mathbb{R}) : a \neq 0 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

- Wiederholen Sie Aufgabe a) für die Gruppe $(\text{Gl}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ der invertierbaren Matrizen mit Koeffizienten in \mathbb{Z} .

Schriftliche Abgabe am 06.06.2018 vor 13:00 in den Fächern im C-Bau auf Ebene 3.

Sie erreichen die Vorlesungshomepage unter

<https://www.math.uni-tuebingen.de/arbeitsbereiche/algebra/lehre/sommersemester-2018/lineare-algebra-2-multilineare-algebra>.