EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl
Felix Dietrich

Multilineare Algebra

Sommersemester 2018 **16.05.2018**

Übungsblatt 3

Aufgabe 5

Sei $(R, +, \cdot)$ ein kommutativer Ring mit Eins.

(a) Zeigen Sie bitte, dass $(R, +, \cdot)$ in natürlicher Weise ein $\mathbb{Z}$-Modul ist.

(b) Bestimmen Sie bitte ein Erzeugendensystem des $\mathbb{Z}$-Moduls $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$.

(c) Ist $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ ein freier $\mathbb{Z}$-Modul?

(d) Ist $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ ein endlich erzeugter $\mathbb{Z}$-Modul?

Aufgabe 6

(a) Betrachten Sie $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ als $\mathbb{Z}$-Modul. Sei $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein $\mathbb{Z}$-Modulhomomorphismus. Zeigen Sie bitte, ist φ eine stetige Funktion, dann ist φ auch ein $\mathbb{R}$-Modulhomomorphismus.

(b) Gilt die Aussage von a) auch dann, wenn man $\mathbb{R}$ durch $\mathbb{C}$ ersetzt?

(c) Seien $(M, +, \cdot)$ und $(N, +, \cdot)$ zwei $\mathbb{Z}$-Moduln, und $\varphi : M \to \mathbb{R}$ und $\psi : N \to \mathbb{R}$ zwei $\mathbb{Z}$-lineare Abbildungen. Zeigen Sie bitte, dass durch $\sigma(m, n) := \varphi(m) \cdot \psi(n)$, für $m \in M$, $n \in N$, eine bilineare Abbildung definiert wird und

$$\sigma^{-1}(\{0\}) = \ker(\varphi) \times N \,\cup\, M \times \ker(\psi)$$

gilt.

(d) Gilt die Aussage von c) auch dann, wenn man $\mathbb{R}$ durch einen beliebigen $\mathbb{Z}$-Modul ersetzt?

Schriftliche Abgabe am 30.05.2018 vor 13:00 in den Fächern im C-Bau auf Ebene 3.

Sie erreichen die Vorlesungshomepage unter
`https://www.math.uni-tuebingen.de/arbeitsbereiche/algebra/lehre/sommersemester-2018/lineare-algebra-2-multilineare-algebra`.