EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-
Naturwissenschaftliche
Fakultät

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl
Felix Dietrich

Multilineare Algebra

Sommersemester 2018 **06.06.2018**

Übungsblatt 5

Aufgabe 9

Wir betrachten den Vektorraum $(V, +, \cdot)$ mit $V := \mathbb{R}^n$ für ein $n \in \mathbb{N}_{>0}$ als $\mathbb{R}$-Modul.

(a) Erläutern Sie bitte, wieso man mit $V \otimes_{\mathbb{R}} V := \mathrm{Mat}(n, n, \mathbb{R})$ ein Tensorprodukt erhält. (Vergleichen Sie dazu Beispiel 4.1 der Vorlesung.)

(b) Es sei weiter $\varphi : V \times V \to \mathbb{R}$ mit $\varphi(u, v) := {}^t u \cdot v$ das Standardskalarprodukt. Bestimmen Sie bitte die zugehörige lineare Abbildung $\tilde{\varphi} : \mathrm{Mat}(n, n, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 10

Sei $(R, +, \cdot)$ ein kommutativer Ring mit Eins. Sei $(A, +, \cdot)$ ein weiterer kommutativer Ring mit Eins, der $(R, +, \cdot)$ als Unterring enthält. Zeigen Sie (kurz!), dass $(A, +, \cdot)$ und $(A[X], +, \cdot)$ in natürlicher Weise R-Moduln sind, und konstruieren Sie für die entsprechenden Polynome einen Isomorphismus von R-Moduln

$$A \otimes_R R[X] \;\cong\; A[X].$$

Schriftliche Abgabe am 13.06.2018 vor 13:00 in den Fächern im C-Bau auf Ebene 3.

Sie erreichen die Vorlesungshomepage unter
`https://www.math.uni-tuebingen.de/arbeitsbereiche/algebra/lehre/sommersemester-2018/lineare-algebra-2-multilineare-algebra`.