Eberhard Karls Universität Tübingen Wintersemester 2019/20
Fachbereich Mathematik
PD Dr. Jörg Zintl

Lineare Algebra 2: Algebraische Strukturen
- Übungsblatt 2 -

Aufgabe 5.
Sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe.

a) Verifizieren Sie formal exakt für alle Elemente $g \in G$ und alle Zahlen $n \in \mathbb{N}$ die Formel
$$g^{-n} \;=\; (g^{-1})^n.$$

b) Begründen Sie: Besteht G aus einer endlichen geraden Anzahl von Elementen, dann gibt es ein Element $g \in G$ mit $g \neq 1_G$ und $g^2 = 1_G$.

Aufgabe 6.
Sei X eine nicht-leere Menge und $\mathrm{Sym}(X)$ die Menge alle bijektiven Abbildungen von X auf sich selbst. Mit der üblichen Verknüpfung von Abildungen erhält man die symmetrische Gruppe $(\mathrm{Sym}(X), \circ)$.

a) Sei $U \subseteq X$ eine Teilmenge. Sei
$$F(U) := \{f \in \mathrm{Sym}(X) : \; f(U) = U\}.$$
Zeigen Sie: $(F(U), \circ)$ ist eine Untergruppe von $(\mathrm{Sym}(X), \circ)$.

b) Geben Sie ein notwendiges und hinreichendes Kriterium an die Menge X dafür an, dass $(\mathrm{Sym}(X), \circ)$ eine abelsche Gruppe ist.

Abgabetermin: Mittwoch, 30.10.2019 vor der Vorlesung