

## Lineare Algebra 2: Algebraische Strukturen - Übungsblatt 10 -

### Aufgabe 21.

Bestimmen Sie ggT( $\bar{2}, \bar{3}$ ) im Ring  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .

### Aufgabe 22.

a) Zeigen Sie (kurz!), dass  $(\mathbb{Z}[\sqrt{-5}], +, \cdot)$  ein Unterring mit Eins in  $(\mathbb{C}, +, \cdot)$  ist, wobei

$$\mathbb{Z}[\sqrt{-5}] := \{a + \sqrt{-5}b \in \mathbb{C} : a, b \in \mathbb{Z}\}.$$

b) Benutzen Sie die Multiplikativität der komplexen Betragsfunktion um zu zeigen:

$$\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]^* = \{z \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}] : |z|^2 = 1\}.$$

c) Zeigen Sie, dass sich keine der beiden Zahlen  $3 \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$  und  $2 + \sqrt{-5} \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$  als Produkt  $a \cdot b$  darstellen lässt, mit  $a, b \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}] \setminus \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]^*$ .

d) Bestimmen Sie ggT( $3(2 + \sqrt{-5}), 9$ ) im Ring  $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ .

**Abgabetermin: Mittwoch, 29.01.2020 vor der Vorlesung**