

Lineare Algebra 2: Algebraische Strukturen - Übungsblatt 10 -

Aufgabe 21.

Bestimmen Sie $\text{ggT}(\bar{2}, \bar{3})$ im Ring $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

Aufgabe 22.

a) Zeigen Sie (kurz!), dass $(\mathbb{Z}[\sqrt{-5}], +, \cdot)$ ein Unterring mit Eins in $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ ist, wobei

$$\mathbb{Z}[\sqrt{-5}] := \{a + \sqrt{-5}b \in \mathbb{C} : a, b \in \mathbb{Z}\}.$$

b) Benutzen Sie die Multiplikativität der komplexen Betragsfunktion um zu zeigen:

$$\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]^* = \{z \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}] : |z|^2 = 1\}.$$

c) Zeigen Sie, dass sich keine der beiden Zahlen $3 \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ und $2 + \sqrt{-5} \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ als Produkt $a \cdot b$ darstellen läßt, mit $a, b \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}] \setminus \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]^*$.

d) Bestimmen Sie $\text{ggT}(3(2 + \sqrt{-5}), 9)$ im Ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$.

Abgabetermin: Mittwoch, 29.01.2020 vor der Vorlesung