

Lineare Algebra 2: Algebraische Strukturen - Übungsblatt 11 -

Aufgabe 23.

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Integritätsring, und seien $p, q \in R$. Zeigen Sie:

- a) Ist p irreduzibel und gilt $p \sim q$, dann ist auch q irreduzibel.
- b) Sind p und q irreduzibel und gilt $p|q$, dann gilt auch $p \sim q$.

Aufgabe 24.

a) Gegeben seien die Zahlen $a = 45144$ und $b = 7315$. Benutzen Sie den euklidischen Algorithmus um Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ zu bestimmen, für die gilt

$$\langle xa + yb \rangle = \langle \text{ggT}(a, b) \rangle.$$

b) Für drei Zahlen $a, b, c \in \mathbb{Z}$ definiert man: Eine Zahl $t \in \mathbb{Z}$ heißt ein *größter gemeinsamer Teiler von a, b, c* , wenn t ein gemeinsamer Teiler von a, b, c ist, und für jeden anderen gemeinsamen Teiler $s \in \mathbb{Z}$ von a, b, c gilt $s|t$. Es bezeichne $\text{ggT}(a, b, c)$ die Menge aller größten gemeinsamen Teiler von a, b, c . Zeigen Sie: Für alle $d \in \text{ggT}(b, c)$ gilt

$$\text{ggT}(a, b, c) = \text{ggT}(a, d).$$

Keine Abgabe!