Eberhard Karls Universität Tübingen Wintersemester 2019/20

Fachbereich Mathematik

PD Dr. Jörg Zintl

Lineare Algebra 2: Multilineare Algebra
- Übungsblatt 4 -

Aufgabe 9.
Sei $\mathcal{C} = (\mathbb{R}\text{-VR})$ die Kategorie der Vektorräume über dem Körper $\mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass die Zuordnung eines Vektorraumes V zu seinem dualen Raum V^* und einer linearen Abbildung $\alpha : V \to W$ zu ihrer dualen Abbildung $\alpha^* : W^* \to V^*$ einen kontravarianten Funktor $\mathbf{F} : (\mathbb{R}\text{-VR}) \to (\mathbb{R}\text{-VR})$ definiert.

b) Zeigen Sie: Ist α ein Epimorphismus in ($\mathbb{R}$-VR), dann ist $F(\alpha)$ ein Monomorphismus.

Aufgabe 10.
Wir definieren die Kategorie ($*$-Set) der *punktierten Mengen* wie folgt. Objekte der Kategorie sind Paare (X, x_0), wobei X eine nicht-leere Menge und $x_0 \in X$ ein Element ist. Ein Morphismus von (X, x_0) nach (Y, y_0) ist eine Abbildung $f : X \to Y$ mit $f(x_0) = y_0$.

a) Verifizieren Sie, dass ($*$-Set) zusammen mit geeigneten Verknüpfungsabbildungen tatsächlich eine Kategorie bildet.

b) Bestimmen Sie die initialen, terminalen und Nullobjekte in ($*$-Set).

c) Bestimmen Sie die Nullmorphismen zu gegebenen Objekten (X, x_0) und (Y, y_0) .

d) Existiert zu einem Morphismus $f : (X, x_0) \to (Y, y_0)$ immer ein Kern?

Abgabetermin: Donnerstag, 14.11.2019 vor der Vorlesung