

Lineare Algebra 2: Multilineare Algebra - Übungsblatt 7 -

Aufgabe 15.

Betrachten Sie die abelsche Gruppe $(\mathbb{Z}/70\mathbb{Z}, +)$ als $\mathbb{Z}$ -Modul, und darin die beiden Elemente $\overline{14}$ und $\overline{20}$.

- a) Bestimmen Sie die von $\overline{14}$ und $\overline{20}$ erzeugten Untermoduln M_{14} und M_{20} .
- b) Bestimmen Sie den von $B := \{\overline{14}, \overline{20}\}$ erzeugten freien $\mathbb{Z}$ -Modul.
- c) Ist B ein Erzeugendensystem von $\mathbb{Z}/70\mathbb{Z}$?
- d) Ist B linear unabhängig?
- e) Besitzt $\mathbb{Z}/70\mathbb{Z}$ eine Basis?
- f) Bestimmen Sie den kleinsten Untermodul $M \subseteq \mathbb{Z}/70\mathbb{Z}$, der $\overline{14}$ und $\overline{20}$ enthält.

Aufgabe 16.

Sei $(R, +_R, \cdot_R)$ ein kommutativer Ring mit Einselement. Es sei $(M, +, \cdot)$ ein R -Modul, und $(N, +, \cdot)$ darin ein R -Untermodul. Definieren Sie in sinnvoller Weise den Begriff "Quotientenmodul", zusammen mit einem kanonischen Quotientenhomomorphismus und einer dazu passenden universellen Eigenschaft.

Abgabetermin: Donnerstag, 05.12.2019 vor der Vorlesung