
 Integrable Systeme : Blatt 3

Dr. Aaron Gerding

24. April 2014

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und bis zum 5. Mai abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Show that the Volterra group is indeed a group.

Aufgabe 2. Compute the formula given for $\partial^{-1} \circ f$ by successive application of the partial integration formula

$$\int fg = f \int g - \int (f' \int g).$$

Aufgabe 3. Show that

$$L = \partial^N + \sum_{i=0}^{N-2} u_i \partial^i$$

has a unique N -th root

$$Q = \partial + \sum_{i=1}^{\infty} q_i \partial^{-i},$$

whose coefficients are differential polynomials in the coefficients of L . More precisely, show that

$$u_{N-i-1} = Nq_i + \alpha_i$$

for α_i a differential polynomial in q_1, \dots, q_{i-1} . Show that q_i has weight $i+1$ if $u_i^{(j)}$ has weight $N-i+j$.

Aufgabe 4. Show that the equation

$$\frac{f_{12}}{f} = \frac{\alpha_1 f_1 - \alpha_2 f_2}{\alpha_1 f_2 - \alpha_2 f_1}$$

is 3D-consistent.