
Einführung in die Differentialgeometrie : Übungsblatt 1

PD Dr. Sebastian Heller

19. April 2016

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 26. April vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Ein Kreis vom Radius 1 rolle auf der x-Achse. Man betrachte die Kurve, die ein Punkt auf diesem Kreis beschreibt. Bestimmen Sie eine Parametrisierung und deren reguläre Punkte. Berechnen Sie die Bogenlänge eines Kurvenstücks, das einer vollständigen Drehung des Kreises entspricht.

Aufgabe 2. Man parametrisiere die Kurve

$$\gamma: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (t^3, t^2)$$

nach Bogenlänge.

Aufgabe 3. Man bestimme die ebene Kurve mit Krümmung $\kappa(s) = \frac{1}{1+s^2}$.

Aufgabe 4.

- a) Finden Sie eine Formel für die Bogenlänge des Graphen einer glatten Funktion

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}.$$

- b) Finden Sie eine Formel für die Krümmung des Graphen einer glatten Funktion

$$f: I \rightarrow \mathbb{R}.$$

(Überlegen Sie, wie die Ableitung $\frac{d}{ds}$ nach der Bogenlänge sich durch die Ableitung $\frac{d}{dt}$ nach einem allgemeinen Parameter ausdrücken läßt.)