

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG ALGEBRA I

Prof. Dr. Ch. Hering

Wintersemester 2007/2008

6. Übungsblatt

Abgabe: **Di, 27.11.07** in der Vorlesung.

Aufgabe 22

Sei G eine Gruppe, $N \leq G$ und $x \in G$. Gelte weiter

- (a) xN ist in einer Rechtsnebenklasse von N enthalten bzw.
- (b) xN ist eine Rechtsnebenklasse von N .

Können Sie aus (a) bzw. (b) folgern, dass $x^{-1}Nx \subseteq N$ oder sogar $x^{-1}Nx = N$?

Aufgabe 23

Finde eine Gruppe G mit einer Untergruppe U und Elementen $g, h \in G$, so dass $ghU \neq \bar{g}\bar{h}U$ für geeignete Elemente $\bar{g} \in gU$ und $\bar{h} \in hU$.

Aufgabe 24

Sei $n \in \mathbb{N}$.

- (a) Gibt es Untergruppen $U_0, U_1, \dots, U_r \leq S_n$, so dass $\{1\} = U_0 \leq U_1 \leq \dots \leq U_r = S_n$ und $|U_i : U_{i-1}|$ ist eine Primzahl für $1 \leq i \leq r$.
- (b) Gibt es Normalteiler $N_0, N_1, \dots, N_r \leq S_n$, so dass $\{1\} = N_0 \leq N_1 \leq \dots \leq N_r = S_n$ und $|N_i : N_{i-1}|$ ist eine Primzahl für $1 \leq i \leq r$.

Behandle die Frage für $n = 2, 3, 4$ und 5

Aufgabe 25

- (a) Gilt $|S_5| = |C_{120}|$?
- (b) Für welche der beiden Gruppen ist die Anzahl der Untergruppen größer?
- (c) Für welche der beiden Gruppen ist die Anzahl der Untergruppen der Ordnung 20 größer?
- (d) Für welche der beiden Gruppen ist die Anzahl der Normalteiler größer?