

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG ALGEBRA I

Prof. Dr. Ch. Hering

Wintersemester 2007/2008

7. Übungsblatt

Abgabe: **Di, 4.12.07** in der Vorlesung.

Aufgabe 26

Sei G eine Gruppe und sei die Ordnung eines jeden Elementes von G ein Teiler von 2. Ist G abelsch?

Aufgabe 27

(a) Sei G eine Gruppe, I eine nichtleere Menge und seien $H_i \leq G$ für $i \in I$. Für $i, j \in I$ sei $H_i \subseteq H_j$ oder $H_j \subseteq H_i$.

Beweise: $\bigcup_{i \in I} H_i$ ist eine Untergruppe von G .

(b) Sei G eine Gruppe, $H_1, H_2 \leq G$. Zeige: $H_1 \cup H_2$ ist eine Untergruppe von G genau dann, wenn $H_1 \subseteq H_2$ oder $H_2 \subseteq H_1$.

Aufgabe 28

Sei $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ und $G = A_n$, die alternierende Gruppe auf $\{1, 2, \dots, n\}$. Sei $\mathfrak{M} = \{(abc) | a, b, c \in \{1, 2, \dots, n\}, a \neq b \neq c \neq a\}$ und $\mathfrak{M}' = \{(12a) | a \in \{3, 4, \dots, n\}\}$.

(a) Ist $G = \langle \mathfrak{M} \rangle$?

(b) Ist $G = \langle \mathfrak{M}' \rangle$?

Aufgabe 29

Sei $G = S_4$ und $\mathfrak{M} = \{(12)(34), (13)(24)\}$ sowie $N = \langle \mathfrak{M} \rangle$. Beweise:

(a) $|N| = 4$

(b) $N \trianglelefteq G$ und G/N ist isomorph zu S_3

(c) es existiert $H \leq G$ mit $H \trianglelefteq N$ und $H \not\trianglelefteq G$.