
ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG GRAPHEN UND IHRE AUTOMORPHISMENGRUPPEN

Prof. Dr. Ch. Hering

Wintersemester 2006/07

13. Übungsblatt

Abgabe: **Di, 6.02.07** in der Vorlesung.

Aufgabe 1

Zeige: $\varphi(K_{3,3}) = 3$.

Aufgabe 2

Hat K^4 einen 4-Fluss über $\mathbb{Z}$? Wenn ja, gib ein Beispiel an!

Aufgabe 3

Seien $G = (V, E)$ ein Graph und $L(G)$ der Liniengraph von G .

- a) Gib geeignete Kantenfärbungen von $L(G)$ an so, dass der entstehende kantengefärbte Graph ein Kammersystem ist!
- b) Diskutiere auch den Fall, dass (V, G) eine Eckenfärbung hat!

Aufgabe 4 Seien $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, I)$ eine projektive Ebene (mit $\mathcal{P} \cap \mathcal{G} = \emptyset$), $G = (\mathcal{P} \cup \mathcal{G}, E)$ (mit $E = \{\{P, g\} | P \in \mathcal{P}, g \in \mathcal{G} \text{ und } PIg\}$) der zugehörige bipartite Graph und $L(G)$ der Liniengraph von G . Auf natürliche Weise wird $L(G)$ zu einem kantengefärbten Graphen mit zwei Farben, die du π und λ nennen kannst.

- a) Ist $L(G)$ mit dieser Kantenfärbung ein Kammersystem?
- b) Sei nun $\bar{\mathcal{P}}$ bzw. $\bar{\mathcal{G}}$ die Menge der Zusammenhangskomponenten des $\{\pi\}$ -Residuums bzw. $\{\lambda\}$ -Residuums von $L(G)$. Definiere eine Inzidenzrelation $\bar{I} \subseteq \bar{\mathcal{P}} \times \bar{\mathcal{G}}$ durch $\bar{P}\bar{I}\bar{g} \leq \bar{P} \cap \bar{g} \neq \emptyset$, für $\bar{p} \in \bar{\mathcal{P}}$ und $\bar{g} \in \bar{\mathcal{G}}$. Was kannst du über die so entstandene Inzidenzstruktur $(\bar{\mathcal{P}}, \bar{\mathcal{G}}, \bar{I})$ sagen?

Aufgabe 5 Seien a und b zwei verschiedene Ecken eines Graphen G . Zeige: Ist $\{a, b\}$ keine Kante von G , so ist die minimale Mächtigkeit einer Menge von Ecken $\neq a, b$, die a und b trennt, gleich der maximalen Anzahl von unabhängigen $a - b$ -Pfaden.