

---

# ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG PERMUTATIONSGRUPPEN

Prof. Dr. Ch. Hering

Sommersemester 2007

---

## 7. Übungsblatt

Abgabe: **Do, 21.6.07** in der Vorlesung.

### Aufgabe 1

Gibt es  $2^a$ -Zsigmondy-Teiler von  $2^6 - 1$  für  $a = 1, 2, 3, 6$ ?

### Aufgabe 2

Sei  $p$  eine Primzahl und  $a, b, c, n \in \mathbb{N}$ , so dass  $a|b|c|n$ . Sei  $r$  ein  $p^b$ -Zsigmondy-Teiler von  $p^n - 1$ . Ist  $r$  auch ein

- a)  $p^c$ -Zsigmondy-Teiler von  $p^n - 1$
- b)  $p^a$ -Zsigmondy-Teiler von  $p^n - 1$  ?
- c)  $p$ -Zsigmondy-Teiler von  $p^n - 1$  ?

### Aufgabe 3

Seien  $V$  ein Vektorraum,  $E$  der Endomorphismenring von  $V$  und  $F$  ein Unterring von  $E$ , der ein Körper ist.

- a) Was können Sie über  $1_F$  sagen?
- b) Gibt es  $F$ -invariante Unterräume  $U$  von  $V$ , so dass  $(U, F)$  zusammen mit der binären Verknüpfung  $f \cdot u = u^f$  ein  $F$ -Vektorraum ist.
- c) Können Sie alle derartigen Unterräume von  $V$  bestimmen?

### Aufgabe 4

Sei  $p$  eine Primzahl,  $V = V(2, p)$  und  $E$  der Endomorphismenring von  $V$ . Berechne

- a) Einen Unterring  $F$  von  $E$ , der ein Körper der Ordnung  $p^2$  ist.
- b) Eine Untergruppe  $A \leq GL(V)$ , so dass  $A$  (vermöge Konjugation) die Automorphismengruppe von  $F$  induziert. Ist  $A$  durch  $F$  eindeutig bestimmt?
- c) Gibt es einen  $p$ -Zsigmondyteiler von  $p^2 - 1$ ? Wenn ja, berechne eine Untergruppe der Ordnung  $r$  von  $F \cap GL(V)$ .

Führe die Berechnungen z. B. für  $p = 2, 3, 5$  aus!