Übungen zur Kursvorlesung für Lehramtsstudierende
Anordnungsaspekte in der Elementargeometrie

Sommersemester 2008 | Blatt 5

W.Knapp | Tübingen, den 8. Juni 2008

Im Folgenden sei $\mathcal{E}$ stets eine angeordnete metrische Ebene, in welcher das Axiom FB der freien Beweglichkeit gilt.

15. Sei $\beta \in B(\mathcal{E})$ eine Bewegung, welche zwei verschiedene Strahlen (A, r) und (B, s) vertauscht.
   (i) Beweisen Sie, dass β die Ordnung 2 besitzt.
   (ii) Geben Sie Beispiele eigentlicher und uneigentlicher Bewegungen β an, die die angesprochene Eigenschaft besitzen.

   (3 Punkte)

16. Bezeichne $D(A)$ die Gruppe aller Drehungen um eine Punkt A von $\mathcal{E}$. Beweisen Sie, dass es genau 2 verschiedene Drehungen $\delta \in D(A)$ der Ordnung 4 gibt. Dabei gilt $\delta^2 = \eta_A$ für die Punktspiegelung η_A an A.

   (3 Punkte)

17. Sei $w = \sphericalangle(A', r', s')$ ein Winkel, (A, r) ein Strahl und $\{\delta, \delta^{-1}\}$ mit $\delta \in D(A)$ das Winkelmaß von w am Punkt A im Sinne von (3.4) der Vorlesung.
   Beweisen Sie, dass $\{\delta, \delta^{-1}\}$ (bei festgehaltenem A) unabhängig von der Wahl von r ist.

   (3 Punkte)

18. Beweisen Sie, dass jeder Winkel $\sphericalangle(A, r, s)$ zu seinem Gegenwinkel $\sphericalangle(A, r^*, s^*)$ kongruent ist.
   Was können Sie entsprechend über einen orientierten Winkel $\measuredangle(A, r, s)$ und seine beiden orientierten Gegenwinkel $\measuredangle(A, r^*, s^*)$ und $\measuredangle(A, s^*, r^*)$ sagen?

   (3 Punkte)

Die Übungsaufgaben sind am Dienstag, dem 17. Juni 2008, vor der Vorlesung abzugeben.