Übungen zur Kursvorlesung für Lehramtsstudierende
Anordnungsaspekte in der Elementargeometrie

Sommersemester 2008 Blatt 7

W.Knapp Tübingen, den 1. Juli 2008

Im Folgenden sei $\mathcal{E} = (\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathrm{I}, \perp, \mathcal{Z})$ stets eine angeordnete metrische Ebene.

22. Sei $\mathcal{M} \subset \mathcal{P}$ eine endliche Menge von Punkten, die alle auf der gleichen Seite einer Geraden a liegen, und sei $O \in [a]$. Beweisen Sie:

    Dann gibt es einen Winkel w mit Scheitel O, dessen Inneres $\mathcal{P}_w^+$ alle Punkte von $\mathcal{M}$ enthält.

    Lässt sich für eine beliebige endliche Teilmenge $\mathcal{M}$ von $\mathcal{P}$ stets eine solche Gerade a finden?

    (4 Punkte)

23. Beweisen Sie Satz (3.15) der Vorlesung:

    Sei $w = \sphericalangle(A, r, s)$ ein Winkel mit Scheitel A. a sei die Trägergerade von (A, r) und b sei die Trägergerade von (A, s).

    Dann gilt:

    (1) Ist $g \in \mathcal{G} \setminus \{a, b\}$, so liegt genau einer der folgenden Fälle vor:
    (a) g meidet w, d.h. $[g] \cap [w] = \emptyset$;
    (b) $|[g] \cap [w]| = 1$;
    (c) $|[g] \cap [w]| = 2$.

    (2) Bezeichne (A, r^*) den zu (A, r) entgegengesetzten Strahl und (A, s^*) den zu (A, s) entgegengesetzten Strahl. Gilt $H^* \in r^*$ und $K^* \in s^*$, so meidet die Verbindungsgerade H^*K^* den Winkel w. Insbesondere gibt es unendlich viele Geraden, die den Winkel w meiden.

    (3) Wenn $|[g] \cap [w]| = 2$ gilt, so liegen die beiden Schnittpunkte auf verschiedenen Schenkeln von w.

    (4 Punkte)

24. Seien $(A, a), (A, b), (A, c)$ drei verschiedene von einem Punkt A ausgehende Strahlen derart, dass b im Inneren des Winkels $\sphericalangle(A, a, c)$ liegt. Beweisen Sie:

    Dann gilt für die Winkel $w_0 = \sphericalangle(A, a, b)$, $w_1 = \sphericalangle(A, b, c)$, $w_2 = \sphericalangle(A, a, c)$ die Beziehung $\mathcal{P}_{w_2}^+ = \mathcal{P}_{w_0}^+ \uplus \mathcal{P}_{w_1}^+ \uplus b$.

    (4 Punkte)

Die Übungsaufgaben sind am Dienstag, dem 8. Juli 2008, vor der Vorlesung abzugeben.