Prof. Dr. Helmut Wielandt

Tagebücher

F

D19

0/1

„Tiefe“ $m(\mathfrak{G}, \mathfrak{A})$ untersuchen im Anschluß an meine Sätze in IX
Ostmann 15.11.61

1/2

Normalstruktur von N$S\mathfrak{G}$ im Rahmen von ganz $\mathfrak{G}$
Ostmann 15 11 61

2/3

Abstandsbegriff für $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in S\mathfrak{G}$
Ostmann 15 11 61

3/4

Klassen abstrakter Gruppen $\mathfrak{A}$ suchen, so dass aus $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \lhd\lhd \mathfrak{G}, \mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\mathfrak{A}$ folgt: Normalstruktur von $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ nicht viel komplizierter als die von $\mathfrak{B}$
Ostmann 15 11 61

4/5

Tamaschkes Theorie des dualen S-Rings auf Gruppen mit <u>transitiven</u> Ugr erweitern, insb. bei Grad $\mathfrak{G} = p^\alpha$. Insb. $\mathfrak{G}$ = Frobeniusgrp.
Erweiterung der Theorie: dualen S-Modul zu einem <u>bel.</u> Trans-Modul (einer Ugr $\mathfrak{U} \leq \mathfrak{G}$) für $\mathfrak{G}$ mit reg Ugr $\mathfrak{H}$.
Haben eingebettete S-Ringe (vielleicht wenigstens bei abelscher reg. Ugr. H) die „Worteigenschaft“: Für jedes n & jedes $W(x_1 \cdots x_k)$ enthält der S-Ring die Menge der $a \in H$ für die $W(x_1 \cdots x_k) = a$ genau n Lösungen $\{x_1 \cdots x_k\}$ mit $x_\kappa \in T_\kappa$ hat (T_κ die prim. Komplexe).

5/6

subnormal-normal

Kann man zwei subnormale vertauschbare Ugr in Teile zerlegen, von denen immer der eine im $\mathcal{N}s$ der anderen liegt? *
Also: Folgt aus $A, B \lhd\lhd G, A \,\mathrm{v}\, B$ stets $A = \langle A_i \rangle$, $B = \langle B_k \rangle$ mit A_i n B_k (was heißt $A_i \subseteq \mathcal{N}B_k$ <u>oder</u> $B_k \leq \mathcal{N}(A_i)$?
Vorfrage: folgt aus A v B, A & B einköpfig stets $A \leq \mathcal{N}B$ oder umgekehrt?
in p-Gr. prüfen!
* Dann müßte von zwei vtb <u>einköpfigen</u> subn Ugr eine die andere normalisieren

$$n_A(B) = 1 = n_B(A), \;\; A \text{ v } B$$

Beispiele?
Pfister

6/7

einfache Gr

Kann eine einfache Gr. auf zwei Ähnlichkeitsklassen simultan transitiv sein?
siehe X 4-5, 12-17, 23, XI 89, 42

7/8

Faktorisierung

Kann das Produkt von zwei komplementären Hallgruppen A, B, die beide Zentrum $\neq 1$ haben, einfach sein? Wenigstens wenn A zyklisch?

8/9

$\lhd\lhd$, allgemein

Welche Eigenschaften einer Ugr M von G bezüglich der KFGr $G_{\rho-1}/G_\rho$ sind unabh. von der Wahl der K-Reihe?

9/10

Axiomatische Theorie der Eigenschaften von Gruppenpaaren $U \leq G$ im Hinblick auf Projektion auf Ausschnitte,
Specht, Zassh, W-Hupp, Ilmas 5.2.63
Lit Fischer-Gaschütz-Hartley MZ 102

10/11

Perm-Gruppen

Was kann man über die tra Konst von $\mathfrak{G}_1$ sagen, wenn $\mathfrak{G}$ pri ist und $\mathfrak{G}_1$ eine Ugr $\mathfrak{H}$ mit nur 2 Bahnen enthält, auf denen $\mathfrak{H}$ 2-tra ist?
Obere Schranken für den Minimalgrad einer Gruppe vom Grad n und Rang r (Bochert-Art)
Untersuchung des verfeinerten Transitivitätsgrades $t(G)$ einer endlichen P Gr G, definiert als $t = (n-b)/n$, [wo $n = |\Omega|$ und $b = |\Omega/G|$] wenn G intra Ω, und $t = 1 + t(G_\alpha)$ wenn G tra Ω.

11/12

Extremaleigenschaften der Eigenwerte von $(-p(x\lambda)y')' + q(x\lambda)y = 0$
PH Müller

12/13

Multiplikatives Analogon $\mathcal{M}A$ des Wertevorrats WA:
sollte so def werden, dass $\mathcal{M}A$ auf Einheitskreis $\leftrightarrow$ A unitär.

13/14

Gemeinsamer Wertevorrat von k herm-Matrizen: $\xi_\kappa = X^* A_\kappa X$
Untersuchung d. Randes, Konvexität
Diplomarbeit Wulff 1967 (2-)

14/15

Höhere Wertevorräte:

$$\mathcal{W}v_2 A = \left\{ X^* A X | X = (X_1 X_2) \text{ mit } X^* X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

15/16

Endl-pri Gruppen

Den Satz von Manning über Gr mit 2-tra Konst von G_1 sollte man verschärfen: Vielleicht gibt es einen Konst von G_1, der die zugehör, irred Darst und dazu noch mind. 2 weitere Darst. enthält.
Überhaupt wäre zu fragen, welche Vollständigkeitseigenschaften die Menge der in G_1 enthaltenen irred. Darstellungen hat.
Die Theorie der Jordangruppen übertragen auf den Fall von Untergr. kleineren Grades mit 2 langen (z.B. primitiven oder „einreihigen“ Bahnen)

16/17

Sylowsätze

„Äußerer π Sylowsatz “ besage: Je zwei maximale π Untergr. von G sind unter der Autom-Gr. von G konjugiert.
Frage: Gilt hierfür mein Satz „Zum Satz von Sylow“ II?

6-76: $\mathcal{M}_{\mathfrak{S}\pi}(G) \cap \mathfrak{N} \neq \emptyset \Rightarrow m_{\mathfrak{S}\pi}(G) = 1$?
$m_{\mathfrak{S}\pi}(G) = 1 \Rightarrow m_\pi(G) = 1$?

17/18

$\trianglelefteq\trianglelefteq$

Sind subnormale Untergruppen von charakteristisch einfachen Gruppen normal und charakteristisch einfach?
Man muß dazu Russen studieren, Lit in Plotkin AMS Transl (2) 17

18/19

$\triangleleft\triangleleft$

Folgt aus $A_i \triangleleft\triangleleft G$, A_i v A_j auch $\prod A_i \triangleleft\triangleleft G$? nicht wenn $|I| = \infty$
Dann müßte die Vereinigung einer Kette subnormaler Ugr subnormal sein
„Subnormalität in einer Menge von Untergruppen“.

19/20

$\lhd\lhd$

Normale perfekte Ugr'en von Erzeugnissen subnormaler A_i untersuchen:
$\lhd\lhd\, G? = \prod A_i^*$ mit $A_i^* \lhd G$?

20/21

$\lhd\lhd$

1) Schranken für Ord & Tiefe des Erzeugnisses von endlich vielen endl subnor Ugr angeben
   P Schmid 3.12.66: zwecks Qualifikation
2) Ist das Erzeugn. einer subnor. Ugr und einer endlichen subnor. Ugr stets subnormal?
3) Lokal sub-endliche Gruppen G:
   Stets $a_1, a_2, \cdots, a_n \in E \underset{\text{endlich}}{\lhd\lhd} G$.

   3) an Martin Wolff   30.11.67

21/22

Freie Gruppen

Gibts in einer freien Gr.

a) zyklische subnor. Ugr?
b) zueinander fremde Ugr?

22/23

$\lhd\lhd$

In welchen G sind

a) alle subnormalen Ugren normal?
b) je zwei elementfremde subnor Ugren el'weis vertauschbar?
c) erzeugen endlich viele A^g stets eine subn. Ugr., wenn $A \lhd\lhd G$?

23/24

$\lhd\lhd$, Fastringe N

Ist Δ Glied einer Normalkette der N-Gruppe Γ, deren Faktorgr. für N zulässig sind, so heisse Δ ein Subkern von Γ.
Gilt für Subkerne eine Theorie wie für subnor Ugr? Ist das Erzeugnis von zwei Subkernen in Γ ein Subkern?

24/25

Fastringe ohne 1

Kenn man 1 so adjungieren, dass Ideale solche bleiben?

25/26

$\lhd\lhd$

a) Für welche $A \leq G$ folgt aus $1 < B \lhd\lhd G$ stets $\langle A, B\rangle \lhd\lhd G$?
   proj-subnormel

b) folgt aus $A_i \lhd\lhd G$, $A_i \lhd A = \langle A_j\rangle$ auch $A \lhd\lhd G$?

c) Abschätzung der Tiefe (des „Defekts“) von AB; wenn $AB = BA$ und Tiefen von A, B in G gegeben.

26/27

$\lhd\lhd$

a) $G \in$ Min sub $\succ \mathcal{S}G$ Verband?
   Gegenbeispiele unter p-Gruppen
   suchen, mit abelschen A, B.

   [a) ist mit Bleistift durchgestrichen mit folgendem Kommentar:]
   ja, Roseblade

b) Was für Kompositionsfaktoren können in G/A_G auftreten ($A \lhd\lhd G$)?

27/28

Analogon der Methode von Schur: Als “Punkte“ die Elemente einer Klasse konjugierter Elemente von $\mathfrak{G}$ nehmen; zwischen ihnen ist Komposition $A \circ B = B^{-1}AB$ definiert.

28/29

2-Abgeschlossene Permut.-Gruppen mit Minimalgrad $> \frac{n}{2}$ oder $= pq$

29/30

Verlagerung und Verwandtes:

(1) Wann gibt es zu $H_0 \lhd H \leq G$ ein $G_0 \trianglelefteq G$ mit $H \cap G_0 = H_0$?

(2) Insb. $H \in p$-Syl G

(3) oder $H = \mathcal{N}\big(Z(J(P))\big)$, $P \in p$-Syl G.

30/31

Transformationsgruppen

Gilt der Satz von der Längengleichheit der gespiegelten Bahnen von G_α bei kompaktem Ω? (G wirke auf Ω)

Perm-Gr., in denen alle Fixpktmengen kompakt sind (= Verallg. d. endl. Gruppen)

31/32

Bestimme mit dem elektr. Rechner die Koppelungsmatrizen zu denjenigen Permutationsgruppen von Primzahlgrad $p \leq \cdots$, die zwei Klassen konjug. Untergruppen vom Index p haben.

32/33

Matrizentheorie

Wann gibt es zu A_i, $B_i \in \mathbb{C}_{k\times l}$ unitäre U, V mit

$$UA_iV = B_i?$$

33/34

Sylowsätze

1. Kommt etwas heraus über Anzahl $n_{p^\alpha}(G)$ von Untergruppen gewisser Ordnungen, wenn man die Wirkung von G auf $\Omega \times \cdots \times \Omega$ bezüglich Bahnlängen arithmetisch untersucht?
2. Beziehung zwischen allen $n_{p^\alpha}(G)$ $\;a \geq 0$ aus der Wirkung von G auf Ω ableiten

34/35

Gruppen der Kombinatorik

Bestimmung der vollständigen (λkm)-?
Blocksysteme mit 2-trans. Gruppe
Ostrom & Wagner für projektive Ebenen

35/36

Unendliche Permutat.-Gruppen

$\mathfrak{G}$ sei auf dem Einheitskreis $|z| = 1$ primitiv und wirke stetig. $\mathfrak{G}$ enthalte alle $z \to \varepsilon z$ mit $|\varepsilon| = 1$. Frage: $\mathfrak{G} \approx 2$ tra?

36/37

Endl. Permut-Gr.

Die bisher bekannten Sätze über Gruppen gegebenen Grades mit gewissen transitiven Untergruppen mit Hilfe der invarianten Funktionen beweisen. Erweiterungen suchen z.B. im Anschluß an R. Rot? (Sonderdr.)

37/38

Struktur der Gruppe

$$x \to \sum a_\nu \sigma_\nu(x)$$

von 1-1 Abbildungen eines Körpers auf sich, wobei σ_ν alle Körperendomorphismen durchläuft.

38/39

Welche endl. Gruppen können als vollständige Einheitengruppen von Ringen auftreten?
z.B. SL(n, q) oder PSL(n, q) ?
Sehgal-Zassenhaus Math. Z. 1977

39/40

Maximale π-Untergruppen von Kranzprodukten

40/41

Maximale π-Untergruppen und einköpfige perfekte subnormale Ugren.

41/42

Maximale Σ-Gruppen (für eine „nach unten abgeschlossene" Menge Σ einfacher endl. Gruppen) unter einen Hut bringen mit Gaschütz' Formationen ([Charakteristisch] einfache Gruppen mit Operatoren abgrenzen).
Siehe Fischer-Gaschütz-Hartley MZ 102

42/43

Einfache Gruppen

Wann ist $\mathcal{N}_G A = A$ für alle $1 \neq A \leq G$?
ist leicht
Wann für alle nicht-p-Gruppen?

43/44

Arithmetische Struktur des Produkts von zwei Normalteilern.

44/45

Bedingungen für Einbettung einer gegeben intra PGr als Stabilisator in eine transitive, mit Hilfe der invarianten Funktionen. s. auch 59

45/46

Lin. Invarianzgruppe von $\sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^3$.

46/47

Fixpunkte von Autom-Gr.

Sätze über Konjugiertheit stabiler Sylowgruppen ausdehnen auf andere stabile Maximalgruppen.

47/48

Maximale supplementlose Ugren zB in auflösbaren Gruppen

48/49

Extremalsysteme von unabh. Ugruppen:

$$\mathfrak{A}_1 \cdots \mathfrak{A}_n \text{ un in } \mathfrak{G} \iff$$
$$|\mathfrak{G} : \mathfrak{A}_1 \cap \cdots \cap \mathfrak{A}_n| = \prod |\mathfrak{G} : \mathfrak{A}_\nu|$$

$\{\mathfrak{A}_\nu\}$ Extremalsystem: aus $\mathfrak{A}'_\nu \leq \mathfrak{A}_\nu$, $\{\mathfrak{A}'_\nu\}$ un folgt $\mathfrak{A}'_\nu = \mathfrak{A}_\nu$
und aus $\mathfrak{A}_1, \cdots, \mathfrak{A}_n, \mathfrak{A}$ un folgt $\mathfrak{A} = \mathfrak{G}$.

49/50

Normalreihen und maximale Untergruppen von unendlichen auflösbaren Gruppen.

50/51

Normalreihen von total unzush. kompakten Gruppen.

51/52

Kanonische minimale Supplemente

z.B. für auflösbare Normalteiler durch Iteration von Gaschütz' Konstruktion analog Praefrattini-Gruppen.

52/53

Darstellgs-Theorie

Die primitiven Permutationsdarstellungen der symmetrischen Gruppen.
darst.-theor. Untersuchung der $G \lessdot S^\Omega$.
Entferntes Muster Livingstone-Wagner 1965

53/54

Subnormalität

Der Subnormalisator $\mathcal{S}(A,G) := \{x \in G \big| A \trianglelefteq\trianglelefteq \langle A, x\rangle\}$

z.B. folgt aus $A \leq B =$ in $\mathcal{S}$ enthaltene Gruppe stets $A \trianglelefteq\trianglelefteq B$? (Ja)

54/55

Allg. Gruppentheorie

Jordan-Hölder & Krull-Schmidt-Remak entwickeln für „kommutative Untergr.-Systeme $\mathfrak{S}$”:
$\mathfrak{S}$ eine Menge von Ugr $A, B, \cdots$ von G derart dass

$$\begin{aligned}&\{AB = BA; \quad AB \in \mathfrak{S}\} \Rightarrow \\ &\{AB \in \mathfrak{S} \;\; \& \;\; A \cap B \in \mathfrak{S}\}.\end{aligned}$$

55/56

Modulare Darstellungen

Die Perm.-Darst. mod p einer Gruppe mit p-Sylow-Komplement müssen besonders einfach sein. Vielleicht kann man Burnsides Satz über Klassenlänge p^α einordnen.

56/57

Theorie der monomialen Darstellungen mittels relativer Invarianten

Die Invar von G_α (wenn G PGr) sind die G-Endomorphismen - Was sind die relat. Inv. von G_α?

57/58

Projektionen

Für beliebige Mengen $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{G} =$ Gruppe und $\mathfrak{Q} := \mathfrak{Z}/\mathfrak{N}$ definiere $\mathfrak{A}\neg\mathfrak{Q} := (\mathfrak{A} \cap \mathfrak{Z})\mathfrak{N}/\mathfrak{N}$.
Gilt eine “Dedekindformel“ für $(\mathfrak{A}\mathfrak{B})\neg\mathfrak{Q}$?

58/59

Permutationsgruppen

Erweiterung „transitiver Gruppen im Rahmen der allgemeinen Theorie“
Dazu Frage von Kantor: s. 45
Wenn G auf den $n = \frac{p-1}{2}$ Quadraten im GF(q) transitiv und nur aus semilinearen Abb. besteht: $x \to x^\sigma \cdot t^\nu$, und wenn G eine transitive Erweiterung besitzt, ist dann $n+1$ eine Primzahlpotenz?
(ja, wenn $2|n$ nach Brauer-Suzuki: 2 Sy Gr)

Kanonische Deutung von $\Omega \times \Omega'$ in einer PGr G auf Ω: $(\alpha, \beta) \to \{g|\alpha^g = \beta\} =: G_{\alpha\to\beta}$
Deutung von α als $(\alpha, \alpha) = G_\alpha$ XV 35

Vorgabe von P Gr durch erzeugende Punkte u. Elemente mit definierenden Relationen, z.B. $\langle \alpha, x, y \big| x^p = y^q = 1, \alpha^{xy} = \alpha, \beta^{yx} = \beta \rangle$

59/60

Zusammengesetzte Gruppen

Projektionen beliebiger <u>Mengen</u> in einen (Subnormal-) faktor von G betrachten. Wie verhalten sie sich bezüglich Multiplikation? Gilt eine Dedekindformel?

60/61

Charaktere

Meinen Satz über Existenz von Normalteilern „lokalisieren“ (XIV, S. 9)
z.B.: Sind in einer einfachen Gruppe je zwei verschiedene zyklische Sylowgruppen disjunkt?

61/62

Mathieu-Gruppen

Faktorisierungen, Verwendung zur Strukturuntersuchung mit Konstruktion
Lit Zul.Arb. Wagner 1966

62/63

Mehrfach trans. Gruppen

Gibt es eine 4-tra Gruppe vom Grad 36?
M.Hall, Theory of Groups, S.80)
H.Wagners Zul. Arbeit 1966 “Mathieu Gr“

63/64

Gruppencharaktere

Wie nahe sind zwei (komplexe) Darstellungen verwandt, wenn die zweite elementarsymmetrisch Funktionen der EWe übereinstimmt.
(dh die 2-te **???**transf ist ähnlich)
folgt Äquivalenz ?

64/65

Scharf k-transitive Gruppen G

mit Faktorisierung von S_n:
$S_n = G.\ S_{n-k}$, Schur-Ringen etc. zu untersuchen.
Führt auf die Bestimmung von Schurringen auf S_m

65/66

Nichtexistenz transitiver Erweiterungen projektiver Gruppen

mittels invarianter Funktionen zeigen

Lit. z.B. Dembowski, Jra Math, 220 (1965) 37-44

66/67

$\lhd\lhd$

Gibt es ein Gegenbeispiel zur Vermutung $A, B \lhd\lhd G$, $|G - A| = 2 \Rightarrow A$ v B' ?

67/68

$\lhd\lhd$, quasi-normality

Kann man alle (mindestens alle ohne auflösbare Kompositionsfaktoren) Gruppen G bestimmen, die eine Ugr $1 \neq A \neq G$ enthalten mit $AA^x = A^x A$? für alle x

68/69

P-Gr, Darst.Th.

Sei G eine endl. abelsche Permutationsgruppe des Grades n mit 2 Erzeugenden. Sei σ eine Autom. von G, der die Fixpunktzahlen fest läßt. Ist σ dann durch ein Element aus

$$\mathcal{N}_{S^n}(G)$$

zu bewirken?
[ja, wenn G zyklisch oder vom Typ (p, p)].
s. Brief an Kovács 18.4.67

69/70

Auflösbare Gruppen

Eigenschaften von Klassen konjugierter maximaler Untergruppen in Beziehung setzen zu Eigenschaften ihrer normalen Kerne. z.B. Unabhängigkeit der $G:A$; Kennzeichnung der Durchschnitte maximaler Untergruppen.

70/71

Automorphismen

1) Wann hat $|G| \equiv 1$ (2) einen Aut der Ord. 2?
2) Autom'en von zusammengesetzten Gruppen (wenn KF G und ihre Aut. bekannt).
3) Aut' einfacher Gruppen $|A(G)| \leq ?$
4) Aut' auflösbarer Gruppen, wenn Index der Carter-Untergr. oder Syst-normal. bekannt.
   alle erwähnt an Ilse Koch-Machtel 1.6.67
5) Bestimmung der p-Gr, für die Aut G eine p-Gruppe ist; Insb $p = 2$

71/72

Verlagerung

Welche p-Gruppen P haben die Eigenschaft, daß aus $P \in p$-Syl G folgt

$$G/O^p(G) \cong N/O^p(N), \quad N = \mathcal{N}_G P?$$

Ist diese Klasse abgeschl. gegen $\times$?

Thompsons Kriterium für p-Nilpot vereinen mit meinem, insb. Satz über reguläre p-Gruppen. Vielleicht kann man $J(P)$ ersetzen durch das Erzeugnis aller regulären Untergruppen maximaler Erzeugendenzahl oder so.

72/73

Faktorisierung

Ist G auflösbar, wenn es $\{A_i\}$ gibt mit $\{G : A_i\}$ unabh, $\cap A_i = 1$ und nilpotenten Supplementen B_i? $(A_i B_i = G)$

73/74

Eigenwerte hermitescher Matrizen

Gegeben die Spektren $\{\alpha_\nu\}$, $\{\beta_\nu\}$ zweier hermitescher Matrizen A, B. Welche Paare (γ, δ) mit $\gamma \geq \delta$ kommen unter den $\binom{n}{l}$ Paaren $(\gamma_i, \gamma_j)_{i \neq j}$ vor, wenn $\{\gamma_\nu\}$ die Spektren aller $C = A^U + B^V$ durchläuft $(U, V \in \mathfrak{U}_n)$?

74/75

Matrizen

Eigenschaften der Bahnen der Gruppe $X \to X^U + H$ wo $X \in \mathbb{C}_{n\times n}$, $U \in \mathfrak{U}_n, H \in \mathfrak{H}_n$?

75/76

Matrizen

Spektrum von $A + B$ (oder AB) wo A, B Matrizen mit bekanntem Spektrum und gegebener Abweichung von der Normalität.
Householder - Bauer?

76/77

Unitäre Matrizen

1) Gilt Weyl in der schärferen Form „Aus Sp $A = e^{i\alpha_\nu}$, Sp $B = e^{i\beta_\nu}$, $C = AB$, $\alpha_1 \geq \cdots \geq \alpha_n \geq 0$, $\beta_1 \geq \cdots \geq \beta_n \geq 0$ und $\alpha_i + \beta_k < 2\pi$ folgt $\gamma_{i+k-1} < \alpha_i + \beta_k$?

2) Sätze über Spektrum AB durch Integration aus solchen über Summen hermiteschen Matrizen ableiten

3) Wann gilt ein Zeichen = in den Ungl. von Weyl?

77/78

p-Gruppen

Die Anzahl der Kompositionsreihen einer endl. p-Gruppe ist $\equiv 1 \mod p$. Verhalten mod $p^2, \cdots$ zur Klassenfktoren der p-Gruppen verwenden.
Lit vielleicht Blackburn max Klasse, Wi**???**?

78/79

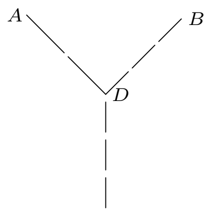
Matrizen

Welche Spektren treten bei $A + iB$ auf, wenn $B \in \mathfrak{H}_n$ fest gegeben ist und $A \in \mathfrak{H}_n$ variiert?

79/80

Vertauschbarkeit subnormaler Ugr.

Gegeben Gruppen A_1, B_1 die zueinander isomorph subnormale Ugr. A_2, B_2 enthalten. Wann folgt aus $A \lhd\lhd G$, $B \lhd\lhd G$, $\exists$ isom $\varphi(A) = A_1$, $\exists$ isom $\psi(B) = B_1$, $\varphi(A \cap B) = A_2$, $\psi(A \cap B) = B_2$ stets "A vertauschbar mit B"?



z.B. genügt $A_2 = A$, oder $A \perp B$.
Dazu muß man Roseblades Beweis für die Notwendigkeit von $A \perp B$ studieren.

Antwort vermutlich: $A_1/A_2^{A_1} \perp B_1/B_2^{B_1}$
Im Fall $|G| < \infty$ ist das jedenfalls hinreichend.
Andere Frage: Wenn $\mathcal{S}G$ die Minbedgg erfüllt, gilt A v $B \Rightarrow A^{\cdot\cdot G}$ v $B^{\cdot\cdot G}$?

80/81

Untergruppenverband, Homotopie

Aus $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{S} \subseteq Q[G]$ folgt, dass für die Homotopiegruppe jedes $Q \in \mathcal{R}$ gilt

$$\Gamma(Q, \mathcal{R}) \quad \leq \quad \Gamma(Q, \mathcal{S}).$$

Wann gilt sogar $\trianglelefteq$?

Lit: Vortrag Rom
Barnes

81/82

$\lhd\lhd$

Wann gilt in semidir Prod $\begin{cases} A \rtimes B \rhd\rhd B \\ A \wr B \rhd\rhd B \end{cases}$?
P Schmid vorgeschl 6.4.68

82/83

P Gruppen

Sei F ein endl Körper, $\Omega = F \setminus \{0, 1\}$. Ist die auf Ω durch $x \to x^\nu$ f. alle ν mit $(\nu, |F^*|) = 1$ & $x \to 1 - x$ erzeugte Gruppe tra, pri ?

83/84

P Gruppen

Sei $\Omega = F$, $|F| = p^\alpha$ Körper. $G = \{(x \to ax + b)\ (a \neq 0, b \in F\}$
Bestimme die Unter-G-Moduln von F_1 (u. evtl F_2) zwecks Untersuchung der Obergruppen von G in $\mathfrak{S}^{p^\alpha}$.
(Vielleicht alle 3-tra)

84/85

Hadamard-Matrizen + monomiale Gruppen

XIV 68

85/86

$\lhd\lhd$

Folgt aus $A, B \trianglelefteq\trianglelefteq G$ stets

$$\bigcap_{\langle A,B\rangle \subseteq C \trianglelefteq\trianglelefteq G} C \trianglelefteq\trianglelefteq G?$$

Folgt aus $A, B \leq G$, $AB = BA$ auch $\overline{A}\,\overline{B} = \overline{B}\,\overline{A}$, wobei
$\overline{A} := \bigcap_{A \leq S \lhd\lhd G} S$ usw. ?
oder gilt das wenigstens dann, wenn noch $\overline{A}, \overline{B} \lhd\lhd G$?
Roseblade-Stonehower

86/87

Frattini-Gruppe

Setze $\Phi^*(G) := \langle T \big| T$ entbehrl $G\rangle$ wo T entbehrl $G \iff (\langle S, T\rangle = G \Rightarrow \langle S\rangle = G.)$
Es ist $\Phi \subseteq \Phi^*$. Φ^* sollte besser zu untersuchen sein als Φ (oder ist stets $\Phi = \Phi^*$?).
Lit vielleicht P. Hall, Frattinigp.

87/88

$\lhd\lhd$

Wann ist jede Untergruppe subnormal?
Plotkin, Baer? Roseblade

Pronormal

Endliche Gruppen, in denen jede unitäre Ugr pronormal ist

88/89

<u>Konjugiertheit</u>

z.B. in nilpotenten Gr der Klasse 2.

“Komplexsupplemente“

Allgemein folgt aus $A \leqq G$, $B = A^g$:
Wenn $G = AS$ mit $\underline{S \subseteq G,\ S^{\langle S\rangle} = S}$, so ist auch $G = BS$

89/90

$\lhd\lhd$

Wieviele (maximale π-) Untergruppen A mit gegebenen Projektionen $A \neg G^\lambda$ gibt es?
(geeignet für **???**?)

90/91

Permut Darstellungen

Darstellungsmoduln mit mehreren Permutationsbasen können auf mehrere Weisen zu einem Ring gemacht werden.

1. Wie hängen die Multiplitafeln der G-Moduln zusammen?

2. Wie verträgt sich Modulmultiplikation mit kombinatorischer Abschließung?

91/92

Starke Vertauschbarkeit

Nach Tamaschke sind $A \leq B \leq G$ interessant mit $AgB = BgA$, $\forall g$
Die letzte Bedingung für sich untersuchen, (ohne Rücksicht ob $A \leq B$.). Zieht sie irgendwelche Subnormalitäten nach sich?
$\Rightarrow$ (glwertig?) A v X od B v $X \Rightarrow AB$ v $X \Rightarrow \langle A, B\rangle$ v X

92/93

p-Gruppen

Gibt es zu jeder p-Gruppe A eine char. Ugr. A^* (nicht $\equiv 1$ oder $\equiv A$), so daß aus $AB = BA \leq p$-Gruppe stets folgt $A^*B^* = B^*A^*$?

93/94

Fixpunktzahlen von Aut. Gr.

1. Wenn $\sum \underline{A}_i \leqq \sum \underline{B}_j$, ist dann eine Ungleichung zwischen den Fixpunkzahlen der A_i und B_j ($\leq$ Aut G) richtig?

2. Gilt die Fixpunktformel im nicht teilerfremden Fall für den Anteil jeder in $|\mathfrak{G}|$ nicht aufgehenden Primzahl an ($\mathfrak{H}_{\mathfrak{G}}$).

3. Die Konjugiertheitsaussage des Satzes von Schur-Zassenhaus aus Feit-Th. aus der Fixpunktformel ableiten.

4. Fixpunktzahlen von Permut-Gr.: Kann man aus Kenntnis der Fixpunktzahlen alle Ugr'en von G die Zusammensetzung der Darst. aus den trans. Darstellungen bestimmen?

94/95

$\trianglelefteq\trianglelefteq$

Subnormale Untergruppen von mehrfach transitiven Gruppen

Subnorm. Ugr'en und Verlagerung

Verallgemeinere den Satz über $D_{AB}/D_{\langle A,B\rangle}$ auf A, B, C
Ist $D_{ABC\cup BCA\cup\cdots}/D_{\langle ABC\rangle}$ stets p-Gruppe?
Folgt aus $A, B \lhd\lhd G$, $|A| < \infty$ stets $\langle A, B\rangle \lhd\lhd G$?
Kennzeichnung der Subnormalität von $A \leq G$ durch transitive Perm.-Darstellungen von G

95/96

Darstellungstheorie

Welche irreduziblen Bestandteile hat die Darstellung von G auf a^G $(a \in G)$?
(oder $a \in A \geq G$?)
Die, in denen der Normalisator von a einen Fixpunkt besitzt

96/97

Permutationgruppen

Den Ring der Perm-Darstellungen (Dress MZ 110) mit meiner Theorie in Verbindung bringen und auf unendliche Gruppen ausdehnen.
Untersuchung einer P Darst von G mittels des von ihr erzeugten Unterrings.

Analog zum Ring der linearen Darstellungen, wo jeder Charakter einen RgHomom. in die ganzen alg. Zahlen bedeutet? Gibts dort auch noch andere Hom.?
Zunächst monomiale Darstellungen nach Muster Dress behandeln.

Subkonstituenten bei mehrfach transitiven Gruppen.

97/98

Perm.-Gruppen

Ist transitive Erweiterungsfähigkeit von H bestimmt durch ein k-rel H?

Welche Vollst.-Eig. hat $F_4(G)$, wenn G eine scharf 3-tra Gr. enthält?
Wie sehen diese G aus?

$*$ Entspr. für $F_3(G)$ mit scharf 2-tra $H \leq G$.

98/99

Perm Gr.

Zusammenhang Adamson-Suapper mit invarianten Relationen? (z.B ∂_r ist $S(\Omega)$-Homomorphismus, gehört zu welcher Relation zwischen $2r+1$ Pkten?)

Definition durch erzeugende Elemente und Punkte mit gegebenen Relationen. Wann z.B. ist die so definierte Gruppe transitiv?

99/100

Intravarianz

Die maximalen intrav. Ugr Systeme (oder Teilmengensysteme), z.B. in auflösbaren Gruppen

100/101

$\lhd\lhd$

1. Nicht auflösbare endl. T-Gruppen (Gaschütz S. 5)   falsch
2. Automorphismen einer (endl. auflösbaren) Gruppe, die alle Subnormalteiler fest lassen. Bilden sie abelsche Gruppe; oder nilpot.?
3. Endl. aufl. Gruppen, in denen jeder Subnormalteiler Defekt ≤ 2 hat; Untergr.-erblich bei aufl. G?
4. $W_k(G) := \bigcap_{S \lhd^{k+1} G} \mathcal{N}_G S$; $G = W_0 \trianglerighteq W_1 \trianglerighteq W_2 \trianglerighteq \cdots \bigcap W_k = W$.
   Camina MZ 100
5. Alperins Fusionstheorie von p-Gruppen auf subnorm Ugr erweitern

101/102

$\lhd\lhd$

Struktur des Erzeugnisses G von subn. G_i: Jedes G_i habe eine auflösbare π-Hallgruppe und je zwei auflösbare π-Hallgr jedes Normalteilers von G_i seien in ihrem Erzeugnis konjugiert. Hat G dieselben Eigenschaften?

102/103

Eigenwerte

Welche Paare von Eigenwerten kann $A+B$ haben, wenn A, B aus bestimmten unitär-invarianten Klassen von $n \times n$-Matrizen genommen sind?
Tagebuch IV

103/104

Perm Gr.

Was hat Homomorphismus von Vertauschungsalgebren bezgl $+ \ \cdot\ \circ$ zu tun mit Tamaschkes Homom-Begriff?

Kriterien für "2-Pri $+X \Rightarrow$ 3-tra" sollten noch häufiger sein als
"Pri $+X \Rightarrow$ 2-tra"

104/105

Gruppen mit Relationen

Wie definiert man zulässige Ugruppen, so daß mindestens der Satz von Jordan-Hölder erhalten bleibt für endl. Gr?
Lit Preprint Pilz?

105/106

Auflösbare Gruppen

1. Ist jede endliche nilpotente Gruppe Cartergruppe C einer echt größeren Gruppe?
2. Sei C Cartergr von G und D eine Erweiterung von C: $C \trianglelefteq D$.
   Wann gibt es $H \trianglerighteq G$ mit $\begin{cases} H = GD', D' = D \\ C = G \cap D' \end{cases}$?

106/107

Erweiterungstheorie

Gibt es eine kanonische Erweiterung einer Gr G durch $F :=$ Aut G/Inn G?

107/108

Maximale Ugr

Bestimmung der endl Gruppen, die nur $2, \cdots$ Klassen konjugierter maximaler Untergr. haben.

108/109

S-Ringe

auf faktorisierten Gruppen
Allgemeiner: 2-rel AB

109/110

Perm-Gruppen   Diss

1. mit regulärer abelscher Untergruppe, die eine Sylowgruppe vom Typ (p, p) hat.
2. Wie kann $F_k(G)$ aussehen, wenn $F_{k-1}(G)$ trivial?
3. Ist $H = C_{p^\alpha} \times H_1$, $H_1 \in p'$ stets Burnside-Gr.?

110/111

Struktur unendl. Gruppen

Gruppen mit endlich vielen Klassen konjugierter Elemente (oder Untergruppen) z.B. Sind sie Torsionsgruppen?

111/112

Modul. Darstellungstheorie

Funktioniert die Gruppendeterminante, oder $\det(xI - A)$? oder Jordantyp?

112/113

Ring der Darstellungen

Ist beim Grothendieck-Ring die Abgeschlossenheit gegenüber Determinantentransformationen eingebaut? z.B daß $\frac{\chi^2(A)-\chi(A^2)}{2}$ ein Charakter ist?
Die Determinantendarstellungen führen schon jede monomiale Darstellg mit Faktoren ± 1 in eine ebensolche über
Zwischen Dress & Grothendieck liegen monomiale Darstellungen.

113/114

Charakt. einfache Gruppen

(1) Abelsche: Aufzählung, vermutlich bekannt

(2) Nichtabelsche: Kann es einen abelschen Subnormalfaktor geben?

114/115

$\lhd\lhd$ “Absteigende“ Untergr.

Sind perfekte descendant subgroups vertauschbar?

115/116

Permutationsgruppen

Minimale transitive Gruppen vom Grad n untersuchen
Bsp: $n = p^2 \Rightarrow |G| = p^\nu$
Allgemein sind es die G, für die $G_\alpha \leq \Phi(G)$. Die monomiale Ausnahmegr. vom Grad p gibt ein Beispiel mit $n = p^3$ von der Ord p^{n+1}.

116/117

Innere Automorphismen

1. Charakteristische zentrale Faktoren F_i einer p-Gruppe G derart finden, daß jeder Autom. von G, der auf $F_i = 1$ ist, ein innerer ist.
z.B. Gorenstein Buch S. 196 oben.

117/118

<u>p-Gruppen</u>

Gilt der Satz von P. Hall (Gorenstein S. 198) für <u>alle</u> p-Gruppen, in denen jede abelsche charakteristische Untergruppe zyklisch ist?
(Erst Originalarbeit von Hall suchen, ob der es nicht schon hat)

118/119

$\lhd\lhd \qquad |G| = \infty$

Sei $A_i \lhd\lhd G$, jedes A_i habe den perfekten Kern 1. Hat dann auch $\langle A_i \rangle \cdots$? dh ist die Eigenschaft "Perf. Kern = 1" nor.-persist[ent]?

Sei $A, B \lhd\lhd G$, aber $\langle A, B \rangle \not\!\lhd\!\!\not\lhd G$. Hat G dann über A und B * Subnormalfaktoren von Typ C_p^∞?
(* oder: A, B über $A \cap B$?)

119/120

p-Gruppen & Lie Ringe

Jeder Zentralreihe einer Gruppe G kann man einen Lie-Ring zuordnen (z.B. Gorenstein-Buch). Was ist ihnen allen (bei festem G) gemeinsam?

120/121

Metr. Geometrie als Menge m Verknüpfg.

Produkt einer Geraden g mit Punkt P sei zB der Fußpunkt des Lots von P auf g, oder die Gerade $h \perp g$ durch P.

121/122

G-Subnormalreihen von H $(\leq G)$

:= Schnitte von H mit Subnormalreihe von G
Vermutlich gilt genau dann eine Jordan-Hölder-Theorie für diese Reihen, wenn die Projektionen von sG in H ein Verbandshom ist.

122/123

Irreduzible Matrizengruppen,

die nur ± 1 als EWe haben, oder nur endl viele Spuren haben;
Wenn die Matrixel im Körper K (zB $= \mathbb{Q}$) liegen, können dann auch alle EWe in K liegen?

123/124

Radikal ?

R sei Ring.
W-Rad $R := \{a \in R \big|$ für jeden R-Modul M ist $aM < M\}$ oder sowas
Man braucht aber $a, b \in$ Rad $\Rightarrow a + b \in$ Rad.

124/125

Verallgemeinerung v. Sylow Systemen
durch Vertauschbarkeit (vieler) großer Untergruppen von Sylowgr.

125/126

Gruppen, in denen jede p-Ugr pronormal ist, sollten eine klare p-Normal Struktur haben: $P \leq S_p(G) \Rightarrow P \trianglelefteq \mathcal{N} S_p(G)$, das eignet sich für Verlagerungsschlüsse.

Dazu ZulArb Schenzle 1970; Rose, Canb. 65

126/127

Matizenringe

Seien $A \leq B$ Matrizenringe mit $C(A) = C(B)$. Wie weit stimmen ihre irred oder unzerlegb. Bestandteile überein?

127/128

Permutationsgr. vom Grad p

F_2 untersuchen nach XIV S. 98
P Neumann Vortr. Mainz 77

Lineare Gruppen

Sei $G \leq$ GL(n, F) irreduzibel. Welche Automorphismen von G werden durch GL(n, F) induziert?

128/129

Scharf k^*-tra Gruppen für $k = 2,3$ bestimmen (≥ 4 wohl bei Livingstone-Wagner) erled. Kantor 1971

Charaktere

Verallgemeinerung von Burnsides Satz über Konjugiertenklassen der Länge p^α: Genügt es für Nichteinfachheit, wenn $|G : \mathcal{N}(\langle a \rangle)| = p^\alpha$ ist?

129/130

Kategorien

Halls Isoclinism in p-Gruppen (od nilp) kategoriell behandeln

130/131

Struktur endl. Gruppen

1. In welchen Gruppen sind je zwei Elemente derselben Ordnung konjugiert?
   zB S_3
   Ferner: dasselbe für (zykl) Untergruppe
2. Wie weit ist Struktur von G bestimmt durch Angabe der Zahl der Elemente jeder gegebenen Ordnung?

131/132

Darst. Th. Äqu. Untergruppen von G

stimmen wie weit in der Struktur überein, und in Lage in G?
(hängt mit Frage 2 der vorigen Seite zusammen)

Gilt für lineare Darstellungen auch, daß $\mathrm{Hom}(M^k, M^l)$ nur von $k + l$ abhängt?

132/133

Dipl.Arb. Zahlentheorie:

Sei $N = 2^a - 1$ Primzahl. Für welche $s_1 \mod N$ ist $s_{a-1} \equiv 0\ (N)$? $s_k = s_{k-1}^2 - 2$

Lit Lehmer J London MS 10(1935), 162-165
Western J London MS 7(1932), 130-137

133/134

Zum Satz von Abel

Sei die Potenzreihe gl kgt auf dem kompakten K. Ist sie dann auf der konvexen Hülle von K glm kgt?

134/135

Permgruppen mit reg ab. Ugr $\cong (p^2, p^2)$

135/136

Sehstrahlengeometrie:
ist ihr Problem gelöst in Ohio notes?
Arbeiten von Manning besser machen

Integration partieller Homomorphismen

136/137

prim-Gruppen

1. Kann ein Subkonstituent einer prim Gruppe $\cong A_n$ sein mit $n > 5$?
2. Es gibt notwendige Bedingungen für H, damit es als max Ugr ohne Kern auftreten kann.
3. Ist im Satz von Thompson die Klasse von G_p beschränkt?

137/138

$\lhd\lhd$ und Vertauschbarkeit

1. Setze $A \underset{G}{\mathrm{v}} B :\iff AxB = BxA$ f. alle $x \in G$. (vgl Tamaschke, Schurringe S. 67)
   Sei $A, B \leq G$ und $A \underset{G}{\mathrm{v}} B$. Ist dann auch stets
   $$A^{\cdot\cdot G} \underset{G}{\mathrm{v}} B^{\cdot\cdot G}?$$
2. Sonstige Eigenschaften des starken Vertauschbarkeitsbegriffs $A \underset{G}{\mathrm{v}} B$? ZB bezgl Sylow-Gruppen von A und B?
3. Folgt aus $A, B \trianglelefteq\trianglelefteq G$, $M_{\max} \leq AB \subseteq G$ stets $M \trianglelefteq\trianglelefteq G$?
   Vielleicht hilft Roseblade-Stoneh. 1968 ?
4. Eigenschaften des neuen Vert-Begriffs
   $$AxB = Bx^{-1}A \quad (\forall\ x \in G)?$$
5. Subnormale Ugr'en von G suchen, welche jedes A mit $A \lhd^2 G$ normalisieren.
   Nützt für Struktur $G_\alpha, G_{\alpha\beta}$ in primitivem G.

138/139

Perm Gr

Minimale transitive Gruppen
Minimale primitive Gruppen
Bilden in einer unendl. tra PGr. die El'te die fast alle Punkte bewegen, mit $\{1\}$ eine Gruppe?

139/140

$\lhd\lhd$
Gemeinsame subnormale Ugr'en

1. Den Fall wo $A, B \lessdot G$, 2. Kern $A_2 \notin p$ genauer untersuchen.
2. Sei α Subnormfunktor; $A, B, C \lhd\lhd G$
   Folgt aus $C = ABA$ stets $C^\alpha = A^\alpha B^\alpha A^\alpha$?
   Folgt aus $C \leq AB$ stets $C^\alpha \subseteq A^\alpha B^\alpha$?
3. Abhängigkeit von Elementen in auflösbaren Gruppen
4. Folgt aus $G \geq A = A_1 A_2 A_3, A_i$ sn G stets A v sn G?

140/141

P-Grup + Klassen konjugierter Elemente:

B. Fischer's Frage Oxford 1971: Gilt

$$G \text{ 2 tra auf } \{a^G\} \Rightarrow \langle a^G \rangle \text{ auflösbar?}$$

NB: Gleichwertig ist

$$G \text{ 2 tra, } 1 \neq a \in \text{ Ztr } G_a \Rightarrow \langle a^G \rangle \text{ auflösbar?}$$

Anzupacken vielleicht mit Permgr $G \rtimes I$ ($I =$ inn. Aut.) im Holomorph von G.
Problem v. Tchounikhin-Schur (CRAcad Scis Paris, 191 (1930), 391-399; 198 (1934), 531-532):
Kann es in einer einfachen Gruppe zwei Klassen konjugierter El'te mit teilerfremden Längen geben ? Dh kann G Faktorisierung $G = AB$ mit Ztr $A \neq 1 \neq$ Ztr B, $(|G : A|, |G : B|) = 1$ geben?

141/142

Indizes maximaler Ugr

Frage Kegel (31.1.71 Oxford):
In G habe jede maximale Ugr Primzahlpotenz-Index
Sei N der maximale auflösbare Normalteiler von G. Ist dann $|G : N| = \begin{cases} 1 \\ 168 \end{cases}$?

142/143

Graphen bei Paaren von Perm Darst.
(d.h bei intransitiven, allgemeiner)

1. Graphen
   H wirke auf Γ und Δ. Wähle Pfeile $\omega_0\xi_0$, $\xi_1\omega_1$; ihre Bilder bauen Graph auf. Wann zuammenhängend etc?

1b Speziell $H = G_\alpha$; G pri Ω; $\Omega \underset{G_\alpha}{=} \Gamma + \Delta + \cdots$
   Rinderspacher 17.7.72

2. Konstituenten sind Γ, Δ zwei gepaarte Bahnen von A bzw. B bei der Darstellung von G nach B bzw A, so gilt, wenn $\frac{A}{B} \lessdot G$ und $A \neq B$ "kernlos" $p\big||A| \cdot |B| \Rightarrow p\big||A^\Gamma|\,|B^\Delta|$
   Allgemeinere Eigensch. der Konstit.?
   Rinderspacher

143/144

Perm-Gruppen

Kann man die beiden Typen von scharf 3-transitiven Gruppen in eine kleine Gruppe desselben Grades einbetten
(vielleicht in die gemeinsame 4-Abschließung beider)?

k-Abschlüsse bestimmter Gruppen (z.B. C_{p^∞}).

Bilden die Matrizen $V_i V_i^*$ eine $\mathbb{C}$-Basis des Vertauschungsrings?
Nein, McDermotts Frage in OW, 5.71, ist:
Ist in $S = \sum\limits_{i=1}^{r} V_i^* V_i$ jedes $s_{ik} > 0$?; d.h. ist die mengentheoret. Vereinigg
$\sum \Gamma_i \circ \Gamma_i^* = \Omega$?
Frage von Asche (Monash): Ist in einer primitiven Gruppe die
Menge $\{g \big|$ fix $g \neq \emptyset\}$ transitiv?

144/145

Frage von D-Higman: Gibt es primitive Gruppen vom Grad

$$\begin{aligned} 70 &= 1 + 27 + 42 \quad \text{(Subgrade)} \\ 75 &= 1 + 32 + 42 \\ 76 &= 1 + 30 + 45 \\ 76 &= 1 + 35 + 40 \ ? \end{aligned}$$

Hat Perfektheit eines Subkonstituenten Einfluß auf die Struktur von G_α?
Gibt es Gruppen (abstrakt), von denen jede (jede transitive) Wirkung

2-abgeschlossen ist?
Rinderspacher VII - 72
C_{p^k}, C_{p^∞}?
Die Ugr $H < G$ untersuchen, für welche die Wirkung von G auf $G : H$ k-abgeschl ist.
Rinderspacher VII 72
Darstellungsalgebren (Lit. Green?)

145/146

Globale Vertauschbarkeit

Def: $A_1, \cdots, A_k \le G$ heißen g.v., wenn $\prod\limits_1^k A_k$ nicht von der Reihenfolge der Faktoren abhängt, also $\langle A_1 \cdots A_k \rangle = A_{i_1}, A_{i_2} \cdots A_{i_k}$ für alle Permutationen $(i_1, \cdots, i_k)$ von $(1 \cdots k)$. [genügt eine?]
Was für Subnormalitäten folgen aus der Vor.:

$$A_1^{x_1}, \cdots, A_k^{x_k} \text{ g.v. für alle } x_k \in G?$$

oder stärker:

$$B_i = \langle A_i^{x_{i_1}} \cdots A_k^{x_{i_k}} \rangle \Rightarrow B_1 \cdots B_k \text{ g.v.}$$

Hinweis auf Hall. Sylowgr einer aufl. Gruppe
[Wegen Hinweispfeil übernommen von S. 147:]
Wieviele A^x müssen mit B vtb. sein, damit [W87] gilt? Genügt $x = a^g$?

146/147

Subnormalisator

Möglichkeiten: $g \in \mathcal{S}\text{n } A :\iff A \trianglelefteq\trianglelefteq \langle A, g \rangle$ also $\mathcal{S}\text{n } A \subseteq G$.

$$B \le \mathcal{S}\text{n}^* A \iff A \lhd\lhd \langle A, B \rangle \quad \& \quad AB = BA$$

Zum „Subnormalisator“ untersuche die $A \le G$ mit

$$A \le H < G \Rightarrow A \lhd^n H, n \text{ fest}$$

gilt

$$\mathcal{S}(A, G) \cap \mathcal{S}(B, G) \subseteq \mathcal{S}(A \underset{\langle A,B \rangle}{\cap} B, G)?$$

147/148

Sylowgruppen

Gibt es in jeder Nebenklasse einer p-Sylowgruppe ein p'-Element?

148/149

Polyzyklische Gruppen
(ältere Art bei DiplArb M Wolff)

Fitting-Formationen, Konjugiertheit v. Ugr.
Injektionen Dilger 6-72

149/150

Subnormalisator

Kennzeichnung von $\mathcal{N}(A)$ in $S(A)$;
Beziehung zu $S(AB)$
$\mathcal{N}(A) = \bigcap_{G \geq M \text{ max in } S_G(A)} M$? Nein
Wie sieht der Subnormalisator einer einköpf. perfekten Ugr. aus?
Wie kann man schließen aus

$$A \lhd\lhd M, A \lhd\lhd T, M \lessdot G, MT = G?$$

(Bürker Dez 72)

$$\langle A^{\cdot\cdot\langle A,g\rangle} | g \in G\rangle = A^{\cdot\cdot G}?$$

Bartels 3-75

150/151

Untergruppenverband

Kann man subnormale Untergruppen in <u>Verband</u> aller Untergruppen erkennen? Dann wären solche Charakterisierungen wie die von R Schmidt. Arch Math 19, vielleicht nur Aussagen über sn G.
Lit: Suzuki, Ergeb. p.50.

151/152

Topologien, für die $[x, y]$ stetig ist

Alle solchen in endl. Gruppe bestimmen

152/153

Anzahl gewisser Sylowgruppen

Satz von Hirsch XV, 55 erweitern auf lauter Primteiler $\equiv 1 \mod k$ in $|G : P|$, sowie nilpotente Hallgruppen.

153/154

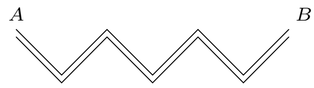
Inzidenzmatrizen

Wie entscheidet man Isomorphie zweier Graphen aus ihren Inzidenzmatrizen?
Allg.: wann sind zwei Matrizen ähnlich unter Permutations-Matrizen?
Sonderdr Seidel

154/155

mod $\mathfrak{F}$ gleiche Untergruppen

Nenne $A, B \leq G$ gleich mod $\mathfrak{F}$ (wobei $\mathfrak{F}$ eine Klasse mit geeigneter Vollständigkeitseigenschaften ist), wenn es $N \trianglelefteq \langle A, B\rangle$ mit $N \leq A \cap B$ und $\langle A, B\rangle/N \in \mathfrak{F}$ gibt.
(Vielleicht auch zu modifizieren:
wenn es Folge



mit allen Faktorgruppen $\in \mathfrak{F}$ gibt.)

155/156

Normale Komplemente

1. Den extremen Fall untersuchen, wo es zu H/H^* kein n. Komplement in G gibt, aber in jedem $M \lessdot G$ eins zu $(\cdots ? \cdots)$
2. Ist die Existenz eines normalen Komplements zu H/H^* in G auch bei nicht nilpotentem H/H^* eine bez. G lokale Eigenschaft?
(Hilfsmittel: Suzuki)

156/157

Perm Gr.

Bestimme alle scharf 4-homogenen Gruppen?
Wievielfach homogen (oder transitiv) sind Normaleiler von k-homogenen Gruppen?
3-tra Normalteiler
"Frame" für monomiale Darstellungen

157/158

Ketten von subnormalen Hüllen

Sei $A \leq G$, $\mathfrak{H} := \{A^{\cdot\cdot U} \big| A \leq U \leq G\}$
Ist $H_1 < H_2 \in \mathfrak{H}$ und liegt kein H dazwischen, so folgt aus $H_1 \leq X < H_2$ stets $H_1 \lhd\lhd X$.
Gilt in $\mathfrak{H}$ ein Eindeutigkeitssatz für Maximalketten?

158/159

$\exists$ Exponentialfunktion mod p^n im Bereich der „binomialen“ Funktionen?

159/160

$\lhd\lhd$

$\mathfrak{Z} \subseteq$ sn G sei abgeschlossen bezüglich des „großen Durchschnitts“ $A \cap B^A$ und des „kleinen Erzeugnisses“ $A \cdot B_A$. Zu entwickeln: Jordan-Hölder-Theorie.

Unter schwächeren Voraussetzungen gemacht im Vorl. 101:
$\mathfrak{Z} \subseteq$ sn G. Aus $A, B, C \in \mathfrak{Z}$ und $A \trianglelefteq C, B \trianglelefteq C$ folgt: $A \cap B, AB \in \mathfrak{Z}$

160/161

Gruppenring mod p einer p-Gruppe

E.T Hill, PAMS 25 (1970), 811-815

(1) Divisionstabelle der Radikalpotenzen J^i

(2) 〃 8 〃 〃 〃

(3) Ist $J^i = \cap M$? (M Rechtsid, dim $R : M = 1$)

(d) Ist