

### Übungen zu Algebra II (4)

- (13) Das regelmäßige Dreieck mit Umkreisradius 1 ist über  $\mathbb{Q}$  mit Zirkel und Lineal konstruierbar. Was hat dies mit den dritten Einheitswurzeln in  $\mathbb{C}$  zu tun? Warum genügt die Seitenlänge des Dreiecks einer rationalen quadratischen Gleichung? Man gebe das zugehörige rationale Polynom an.
- (14) Man zeige, dass das regelmäßige 7-Eck über  $\mathbb{Q}$  nicht mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.
- (15) Archimedes hat die in untenstehender Figur angegebene Dreiteilung des Winkels  $\alpha$  mit "Zirkel und Lineal" angegeben. Dabei ist allerdings auf dem Lineal die Einheitsstrecke markiert, und dies ist im Sinne unserer Erklärung der Konstruierbarkeit nicht erlaubt. Man zeige, dass in der Tat  $\beta = \alpha/3$  ist.
- (16) Welche der folgenden reellen Zahlen lässt sich (über  $\mathbb{Q}$ ) mit Zirkel und Lineal konstruieren:  
 $\sqrt[4]{2}$ ;  $\sqrt[6]{2}$ ;  $\sqrt[8]{2}$ ;  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ ;  $\sqrt[3]{72}$ .