Universität Tübingen
Mathematisches Institut

Tübingen, den 16.07.2007

Übungen zur Charaktertheorie (13)

Durchweg ist G eine endliche Gruppe.

(49) Sei G eine Frobeniusgruppe mit Komplement H. Man zeige elementar, dass der Frobeniuskern N von G ein Normalteiler (eine Untergruppe) von G ist in den folgenden Fällen:
(i) $|G:H|$ ist eine Primzahlpotenz.
(ii) $|G:H| = n$ und $|H| = n-1$ oder $|H| = \frac{n-1}{2}$. (Ist $1 \neq x \in N$ fixpunktfrei, so ist $C_G(x) \subseteq N$ und $|G:C_G(x)| = |x^G| < n$.)

(50) Ist G eine Frobeniusgruppe mit Komplement H und $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$ treu, so ist $\langle \chi_H, 1_H \rangle \neq 0$.

(51) Sei χ ein (verallgemeinerter) Charakter von G und $|G|_p = p^a$ die Ordnung einer p-Sylowgruppe von G (p Primzahl). Definiere $\widetilde{\chi} : G \to \mathbb{C}$ durch $\widetilde{\chi}(g) = p^a\chi(g)$, falls g ein p'-Element ist, und $\widetilde{\chi}(g) = 0$ sonst. Man zeige, dass $\widetilde{\chi}$ ein verallgemeinerter Charakter von G ist.

(52) Sei N ein Normalteiler von G und $|G/N|$ quadratfrei. Dann lässt sich jeder G-invariante irreduzible Charakter von N zu einem (irreduziblen) Charakter von G fortsetzen.