

Übungen zur Gruppentheorie (11)

- (41) Untergruppen und Faktorgruppen p -nilpotenter Gruppen sind p -nilpotent. (Dabei heißt eine endliche Gruppe G p -nilpotent bzgl. der Primzahl p , wenn G ein *normales p -Komplement* N besitzt, d.h., N ist ein Hallscher Normalteiler von G mit p -Potenzindex. Warum ist N der größte p' -Normalteiler $O_{p'}(G)$ von G , und warum ist $O_{p'}(G) = O^p(G)$?)
- (42) Ist G eine p -nilpotente Gruppe und $P \in \text{Syl}_p(G)$, so ist das Zentrum $Z(P)$ *schwach abgeschlossen in P bzgl. G* , d.h., ist $Z(P)^g \leq P$ für ein $g \in G$, so ist $Z(P)^g = Z(P)$.
- (43) Hat G zyklische p -Sylowgruppen, so ist G entweder p -nilpotent oder es ist $O^p(G) = G$.
- (44) Ist G eine einfache nichtabelsche Gruppe endlicher Ordnung und ist p der kleinste Primteiler von $|G|$, so ist $|G|$ durch p^3 oder durch 12 teilbar.