

Übungen zur Gruppentheorie (12)

- (45) Man berechne die Elementarteiler der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Welche abelsche Gruppe G hat C als Relationenmatrix ?

- (46) Man berechne die Elementarteiler der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 9 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Welche abelsche Gruppe G hat C als Relationenmatrix ?

- (47) Sei $G = (G, +)$ endlich abelsch, etwa durch n Elemente erzeugt.
(a) G kann durch eine ganzzahlige $n \times n$ -Matrix C repräsentiert werden, und es gilt dann $|G| = |\det(C)|$.
(b) Es gibt ein Element $g \in G$ größter Ordnung, etwa e , und es gilt $e \cdot x = 0$ für alle $x \in G$.
- (48) Sei $G = \text{SL}_n(\mathbb{Z})$ die Gruppe aller ganzzahligen $n \times n$ -Matrizen mit Determinante 1 ($n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$). Man zeige, dass G durch $n \times n$ -Elementarmatrizen erzeugt wird.