Universität Tübingen

Mathematisches Institut — Tübingen, den 5.02.2007

Übungen zur Gruppentheorie (14)

(61) Sei G eine endliche Permutationsgruppe vom Grade n ($G \leq S_n$). G heißt *primitiv*, falls G transitiv (auf $M = \{1, 2, \cdots, n\}$) ist und ein (jeder) Punktstabilisator $G_\alpha \neq 1$ und eine (echte) maximale Untergruppe von G ist. Man zeige, dass 2-fach transitive Permutationsgruppen primitiv sind.

(62) Man zeige, dass $G = \mathrm{PSL}_2(5)$ einfach ist unter Verwendung der Tatsache, dass G eine 2-fach transitive Permutationsgruppe vom Grade 6 und Ordnung 60 ist (siehe Übung (31)).

(63) Man zeige, dass $\mathrm{PSL}_4(2)$ und $\mathrm{PSL}_3(4)$ dieselbe Ordnung haben aber nicht isomorph sind. (Man untersuche die 2-Sylowgruppen dieser Gruppen!)

(64) Sei $G = S_3$. Man zeige, dass $s = \sum_{g \in G} g$ und $s' = \sum_{g \in G} sgn(g)\, g$ Ideale von $\mathbb{C}G$ der $\mathbb{C}$-dimension 1 erzeugen. Es glt $\mathbb{C}G = \mathbb{C}s \oplus \mathbb{C}s' \oplus I$ mit einem Ideal $I \cong M_2(\mathbb{C})$ von $\mathbb{C}G$.