Universität Tübingen
Mathematisches Institut

Tübingen, den 11.12.2006

Übungen zur Gruppentheorie (9)

(33) Man konstruiere eine unendliche Gruppe, die auflösbar aber nicht nilpotent ist.

(34) Seien H und K Normalteiler der Gruppe G.
(a) $G/(H \cap K)$ ist isomorph zu einer Untergruppe des direkten Produkts von G/H und G/K.
(b) Sind G/H und G/K nilpotent (bzw. auflösbar), so ist $G/(H \cap K)$ nilpotent (bzw. auflösbar).

(35) Man bestimme die Automorphismengruppen der beiden nichtabelschen Gruppen D_4 und Q_8 der Ordnung 8. (Man zeige $\mathrm{Aut}(D_4) \cong D_4$ und $\mathrm{Aut}(Q_8) \cong S_4$.)

(36) Die inneren Automorphismen einer Gruppe G bilden einen Normalteiler $\mathrm{Inn}(G)$ von $\mathrm{Aut}(G)$. (Man nennt $\mathrm{Out}(G) = \mathrm{Aut}(G)/\mathrm{Inn}(G)$ die Gruppe der äußeren Automorphismen von G.)

Zusatz. Ist G eine einfache nichtabelsche Gruppe, so ist $Z(\mathrm{Aut}(G)) = 1$ und jeder Automorphismus von $\mathrm{Aut}(G)$ inner ($\mathrm{Aut}(\mathrm{Aut}(G)) \cong \mathrm{Aut}(G)$).