Tübingen, den 19.11.2002 Prof. Kaup Wintersemester 2002/3

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS III

Blatt 6

Abgabe am Dienstag, den 26.11.2002, in der Vorlesung

Aufgabe 16

Sei $D \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet mit $D = -D$. Man zeige

1. Jedes $f \in \mathcal{H}(D)$ hat eine eindeutige Darstellung $f = g + u$, wobei $g \in \mathcal{H}(D)$ gerade (d.h. $g(-z) = g(z)$) und $u \in \mathcal{H}(D)$ ungerade (d.h. $u(-z) = -u(z)$) ist.
2. Sei $K \subset D$ ein Kompaktum mit stückweise glattem Rand ∂K und a ein innerer Punkt von K. Ferner seien g, u wie in (1) definiert. Man zeige

$$u(a) = \frac{a}{2\pi i} \int\limits_{\partial K} \frac{f(z)}{z^2 - a^2}\, dz$$

und stelle eine entsprechende Integralformel für $g(a)$ auf.

Aufgabe 17

f und g seien holomorphe Funktionen auf $\mathbb{C}$. Man zeige, daß f konstant ist, wenn eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist:

1. $f(z) = g(\overline{z})$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
2. $f(z) = g(1/z)$ für alle $z \in \mathbb{C}^*$.

Aufgabe 18

Man berechne die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

1. $$\sum_{n \geq 1} n^\alpha z^n\ , \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

2. $$\sum_{n \geq 1} (1 - 1/n)^{n^2} z^n\ ,$$

3. $$\sum_{n \geq 0} 2^{-n} z^{2^n}\ .$$