

EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

**Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Fachbereich Mathematik • Arbeitsbereich Funktionalanalysis**



Jahresbericht 2015



Redaktion: Martin Adler (maad@fa.uni-tuebingen.de)
Ulrich Groh (ulgr@fa.uni-tuebingen.de)

Kontakt: Prof. Dr. Rainer Nagel (rana@fa.uni-tuebingen.de)
Prof. Dr. Ulf Schlotterbeck (ulsc@fa.uni-tuebingen.de)
Prof. Dr. Ulrich Groh (ulgr@fa.uni-tuebingen.de)
Dr. Roland Derndinger (rode@fa.uni-tuebingen.de)

Arbeitsbereich Funktionalanalysis (AGFA)
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Fachbereich Mathematik
Universität Tübingen
Auf der Morgenstelle 10
D-72076 Tübingen
Tel.: +49-7071-29-73245

<http://www.fa.uni-tuebingen.de>

Wenn ich auch nicht alles
begreife, so hat doch alles
einen Sinn.

(Sprichwort aus Grönland)

Zitate des Jahres

Irgendwann forderte der neurologische Fachbereich mich auf, meine Studenten zu testen und zu bewerten. Ich reichte das erforderliche Formular ein und gab allen die Bestnote. Mein Fachbereichsleiter war verärgert. „Wie können alle ein A haben? Soll das ein Scherz sein?“

Ich sagte, nein, das ist kein Scherz, aber je besser ich einen Studenten kennenlerne, desto stärker träte er mir in seinen Besonderheiten entgegen. Meine A seien kein Versuch, eine oberflächliche Gleichheit herzustellen, sondern die Wertschätzung der individuellen Besonderheiten eines jeden Studenten. Ich sei der Meinung, ein Student könne ebenso wenig wie ein Patient auf eine Zahl oder einen Test reduziert werden. Wie könnte ich Studenten beurteilen, ohne sie in einer Vielzahl von Situationen zu erleben und sie in nicht benotenden Eigenschaften wie Empathie, Zuwendung, Verantwortungsgefühl und Urteilsvermögen einzustufen?

Oliver Sacks: *On the Move — Mein Leben*

Mathematics, Tao has discovered, does not reward speed as much as patience, cunning and, perhaps more surprising of all, the sort of gift for collaboration and improvisation that characterizes the best jazz musicians.

Aus: *The Singular Mind of Terence Tao*,
New York Times, 26.07.2015

In der Mathematik kommt man nur voran, wenn man denkt. Man muss sich Zeit geben, denn Gedanken brauchen Zeit, um sich zu entwickeln. Im Triathlon, beim Lauftraining, beim Schwimmen und Radfahren, muss man nicht viel denken. Es ist ein schöner Kontrast. In dieser Zeit denke ich nicht konkret über Probleme nach, aber es arbeitet im Hinterkopf.

Sophia Saller, Triathlon Weltmeisterin & Mathematikerin in Oxford,
in: FAZ, 08.12.2015,
<http://url9.de/X6i>

Auf ein Wort

Die Geburtsstunde der Funktionalanalysis in Tübingen war 1963 die Berufung von Helmut H. Schaefer auf einen Lehrstuhl der hiesigen Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät. Der Lehrstuhl selbst war in einer Villa im „Winkelrain“ untergebracht, Vorlesungen wurden in der Neuen Aula gehalten und erster Assistent war Heiner Lotz. Helmut Schaefers Forschungsthema war die Spektraltheorie von Operatoren auf geordneten Vektorräumen, die sogenannte Perron-Frobenius Theorie.

Seine beiden Bücher *Topological Vector Spaces*, erschienen 1964, und *Banach Lattices and Positive Operators*, erschienen 1974, spiegeln dies wider. Vor allem im zweiten Buch sind viele Ergebnisse enthalten, die von seinen damaligen Schülern, Heiner Lotz, Rainer Nagel, Egon Scheffold, Ulf Schlotterbeck oder Manfred Wolff, erarbeitet wurden. Die Lehre und Forschung der Tübinger Funktionalanalysis wurde durch beide Bücher nachhaltig geprägt.

Die nächste Forschungsdekade begann mit dem Vortrag *Kontinuierliche Operatorhalbgruppen* von Rainer Nagel am 7. Mai 1976 in der Arbeitsgemeinschaft Funktionalanalysis, ab da abgekürzt als AGFA. Dieser Vortrag war der Startpunkt zur Untersuchung starkstetiger Operatorhalbgruppen auf Banachräumen und deren Anwendungen. Die sich anschließende Schaffensperiode dokumentiert sich in vielen Vorträgen und Publikationen. Als Abschluss kann man den Lecture Notes Band 1184 *One-parameter Semigroups of Positive Operators* ansehen, der 1986 erschienen ist. Die Autoren Wolfgang Arendt, Annette Grabosch, Günther Greiner, Ulrich Groh, Heiner Lotz, Ulrich Moustakas, Rainer Nagel, Frank Neuberger und Ulf Schlotterbeck haben den Auftakt 1976 und die Jahre danach mitgestaltet. Bemerkenswert ist, dass dieses Buch schon damals „... with the aid of a word processor“ entstanden ist. Klaus Kuhn sei es gedankt.

Die Zeit danach diente dem Ausbau der Theorie und deren Anwendungen in verschiedenen anderen Disziplinen der Mathematik. Schön war es auch mitzuverfolgen, wie die Studenten und Schüler der damaligen Zeit ihren Weg im universitären und außeruniversitären Umfeld erfolgreich meisterten. Als gewisse Krönung erschien 1999 in der Reihe Graduate Texts in Mathematics *One Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations* von Klaus-Jochen Engel und Rainer Nagel. 2006 folgte in der Reihe Universitext *A Short Course on Operator Semigroups* der beiden Autoren, inzwischen ein Standardbuch in der Lehre.

Wie so oft im Leben sind es äußere Einflüsse, die einen wieder an die Wurzeln seiner mathematischen Interessen zurückbringen. In diesem Fall war es ein Ergebnis von Terence Tao und Ben Green, die 2004 in ihrem Beweis zur Existenz beliebig langer arithmetischer Progressionen in den Primzahlen Methoden der Ergodentheorie verwandten. Mehr als vier Jahrzehnte nach der ersten Vorlesung und Forschung der AGFA in diesem Gebiet startete so 2006 ein Projekt von Tanja Eisner, Bálint Farkas, Markus Haase und Rainer Nagel, das jetzt als Graduate Text *Operator Theoretic Aspects of Ergodic Theory* einen Abschluss gefunden hat.

Seit 1976 wurden in der AGFA 74 Promotionen abgeschlossen, die von Wolfgang Arendt, Günther Greiner, Rainer Nagel, Frank Rübiger, Helmut Schaefer und Ulf Schlotterbeck betreut wurden. Von diesen Doktorandinnen und Doktoranden sind heute viele in verantwortungsvollen Positionen in Wirtschaft und Schule tätig, während 36 eine Lehrtätigkeit an Hochschulen weltweit ausüben. Dadurch ist ein Netzwerk entstanden, von dem auch die aktuellen Studenten in der AGFA profitieren.

Noch etwas Kurioses: Am 3. Juni 1996 erhielten wir einen Brief der Rechtsabteilung von Agfa-Gevaert AG mit der Aufforderung, „... *den Namen des Arbeitsbereiches unverzüglich zu ändern, insbesondere die Bezeichnung AGFA im Internet zu löschen*“.

Von Agfa-Gevaert haben wir nichts mehr gehört und so einfach kann man im Internet auch nicht löschen – erst Recht nicht eine aktive Arbeitsgemeinschaft. Und dass wir immer noch aktiv sind, sieht man an diesem Jahresbericht.

Roland Derndinger, Ulrich Groh, Rainer Nagel, Ulf Schlotterbeck

Das war AGFA 2015

- Januar** AGFA Arbeitstagung am Heinrich Fabri Institut (Blaubeuren).
- Februar** 21. Romseminar: *ARS MEMORIAE. Kunst des Erinnerns, Kunst des Vergessens*.
- März** Delio Mugnolo (AGFA 2004) nimmt den Ruf an die Fernuniversität Hagen an.
- April** Promotion Miriam Bombieri.
- Mai** Promotion Retha Heymann
- Juni** Rainer Nagel als Gastredner bei der Absolventenfeier der TU Darmstadt am 12.06.
- Juli** Sommerschule in Wuppertal mit K.-J. Engel, M. Kramar und R. Nagel.
- August** Ein Sommertag in der AGFA am 28. August.
- September** Miriam Bombieri startet ihre Karriere bei Munich Re und Retha Heymann beginnt als Lecturer an der Universität Stellenbosch, Südafrika.
- Oktober** AMS Regional Meeting at Memphis mit Teilnehmern der AGFA.
- November** Festveranstaltung zum 75. Geburtstag von Rainer Nagel unter dem Motto *Mathematik & Mehr*.
- Dezember** Endlich ist das Buch *Operator Theoretic Aspects of Ergodic Theory* erschienen und András Batkai (AGFA 2000) hat einen Ruf an die PH Vorarlberg erhalten.

1 Mitglieder der AGFA

1.1 Dozenten

- Prof. Dr. Rainer Nagel
- Prof. Dr. Ulf Schlotterbeck
- Prof. Dr. Ulrich Groh
- Dr. Roland Derndinger

1.2 Postdoc

- Dr. Waed Dada

1.3 Doktoranden

- Martin Adler (Stipendiat des Cusanuswerks),
Structured Perturbations of Semigroup Generators: Theory and Applications,
Dissertation eingereicht.
- Viktoria Kühner, *One-parameter Koopman semigroups*

1.4 Tutorien

- Martin Adler
- Waed Dada
- Nikolai Edeko
- Henrik Kreidler
- Viktoria Kühner

unterstützen den Fachbereich in der Lehre als Tutoren.

1.5 IT-Administrator

- Dino Rezes & Tim Digel

2 Lehre

2.1 Vorlesungen

Wintersemester 2014/15

- *Funktionalanalysis*, Rainer Nagel
- *Topologie*, Ulrich Groh
- *Ergodentheorie*, Roland Derndinger

Sommersemester 2015

- *Operatorentheorie*, Rainer Nagel

Wintersemester 2015/16

- *Operatoralgebren*, Ulrich Groh
- *Funktionalanalysis*, Rainer Nagel
- *Banachverbände und positive Operatoren*, Roland Derndinger

2.2 Seminare

Wintersemester 2014/15

- *Operatorentheorie*, Rainer Nagel

Sommersemester 2015

- *Analysis (Proseminar)*, Ulrich Groh
- *Funktionalanalysis*, Rainer Nagel
- *Ergodentheorie*, Roland Derndinger

Wintersemester 2015/16

- *Operatorentheorie*, Rainer Nagel

2.3 Dissertationen

- Retha Heymann, *Multiplication Operators on Bochner Spaces and Banach Fibre Spaces* (R. Nagel)
- Miriam Bombieri, *On Weiss-Staffans Perturbations of Semigroup Generators* (R. Nagel)

2.4 Diplomarbeiten

Fertiggestellte Diplomarbeiten

- Kari Küster, *The Koopman linearization of dynamical systems* (R. Nagel, R. Derndinger)
- Tim Digel, *Mathematisch gestützte Entscheidungsfindung - Analytische Hierarchie Prozesse* (R. Nagel, U. Schlotterbeck)

Laufende Projekte

- Thomas Lehmann, *Fast schwache Stabilität* (R. Nagel)

2.5 Bachelorarbeiten

Fertiggestellte Bachelorarbeiten

- Sven Hirsch, *Nichtautonome Cauchyprobleme und Evolutionshalbgruppen* (U. Groh, R. Nagel)
- Tim Binz, *Aspekte der Choquettheorie* (U. Groh)
- Max Schumacher, *Transportprozesse in Netzwerken* (U. Groh)
- Marie Lins, *Matrixspiele auf Graphen* (R. Nagel)

Laufende Projekte

- Nikolai Edeko, *Stetige Schnitte in Vektorraumbündeln* (U. Groh)
- Tim Krake, *Koopmanoperatoren und DMD* (R. Nagel)

2.6 Masterarbeiten

Fertiggestellte Masterarbeiten

- Viktoria Kühner, *Koopman semigroups on spaces of continuous functions* (R. Nagel)
- Marco Peruzzetto, *The Hille-Phillips calculus* (M. Haase, R. Nagel)

Laufende Projekte

- Fatih Bayazit, *Asymptotic expansions of the Black-Scholes semigroup* (MSc, Mathematical Finance, University of Oxford, A. Rhandi, R. Nagel)
- Michael Kaplin, *Chaos for non autonomous Black-Scholes equations* (J. Goldstein, R. Nagel)
- Henrik Kreidler, *Non conventional ergodic theorems without van der Corput* (R. Nagel)

2.7 Zulassungsarbeiten

Fertiggestellte Arbeiten

- Sarah Gramer, *N. Bourbaki und der Satz von Mittag-Leffler* (U. Groh)
- Sanja Stegerer, *Modellierung und Analyse von Räuber-Beute-Populationsdynamiken* (R. Nagel)

3 Forschung

3.1 Publikationen

Bücher

- T. Eisner, B. Farkas, M. Haase, R. Nagel, *Operator Theoretic Aspects of Ergodic Theory*, Graduate Texts in Mathematics 272, Springer-Verlag (2015).

Artikel

- Daniel Maier, *Realizations of rotations on an indecomposable compact monothetic group*, *Math. Nachr.* **288**, 968–983 (2015).
- Martin Adler, Waed Dada, Agnes Radl, *A semigroup approach to the numerical range of operators on Banach spaces*, *Semigroup Forum* 2015, 1-20.
- Martin Adler, Miriam Bombieri, Klaus-Jochen Engel, *Perturbation of analytic semigroups and applications to partial differential equations*, eingereicht bei *Journal of Evolution Equations*.
- Martin Adler, *Asymptotic properties of C_0 -semigroups under perturbations*, eingereicht bei *Forum Mathematicum*.
- Martin Adler, Klaus-Jochen Engel, *Spectral theory for structured perturbations of linear operators*, eingereicht bei *Journal of Spectral Theory*.
- Nikolai Edeko, Viktoria Kühner, *One-parameter Koopman semigroups on L^p and $C(K)$ -spaces*, eingereicht bei *Semigroup Forum*.
- Petra Csomós, Johannes Winckler, *A semigroup proof for the well-posedness of the linearized shallow water equations*, (Preprint).

3.2 Workshops und Tagungen

Workshop der Arbeitsgemeinschaft Funktionalanalysis

Fabri-Institut Blaubeuren, 15. bis 17.01. 2015. Das Programm findet sich im Anhang.

Romseminar 2015

ARS MEMORIAE: Kunst des Erinnerns – Kunst des Vergessens. Perspektiven auf Mathematik und Informatik. Rom, 22.02 bis 01.03. 2015
<https://www.fa.uni-tuebingen.de/lehre/romsem/2014>

Ein Sommertag in der AGFA

Tübingen, 20.08. 2015. Das Programm findet sich im Anhang.

3.3 Vortragsreisen und Konferenzbesuche

M. Adler

15. bis 17.05. 2015 GAMM Activity Group „Applied Operator Theory“, Budapest (Poster siehe Anhang)
16. bis 19.06. 2015 Forschungsaufenthalt an der Bergischen Universität Wuppertal, Vortrag *Störungstheorie starkstetiger Halbgruppen*
- 17.07. 2015 TULK²A, Ulm
19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal,
21. bis 25.09. 2015 Jahrestagung der Deutschen Mathematikervereinigung, Hamburg. Vortrag *On perturbations of generators of analytic semigroups*
17. bis 18.10. 2015 Jahrestagung der AMS, Southeastern Sectional Meeting, Memphis. Vortrag *On perturbations of generators of analytic semigroups*

W. Dada

- 17.07. 2015 TULK²A, Ulm
19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal

Nikolai Edeko

26. bis 27.03. 2015 Frühlingschule *Dynamische Systeme in der Zahlentheorie*, Chiemsee
07. bis 12.06. 2015 Blockseminar *L²-Invarianten in Geometrie und Topologie*, Kleedorf
- 17.07. 2015 TULK²A, Ulm
19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal

Henrik Kreidler

- 17.07. 2015 TULK²A, Ulm
19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal

Viktoria Kühner

19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal

Kari Küster

17.07. 2015 TULK²A, Ulm
17. bis 21.05. 2015 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, Utah, USA

R. Nagel

22.02 bis 01.03. 2015 Romseminar: ARS MEMORIAE: Kunst des Erinnerns, Kunst des Vergessens, Rom
17. bis 21.05. 2015 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, Utah, USA, Vortrag: *Theory and applications of Koopman operators*
12.06. 2015 Absolventenfeier, Darmstadt
17.07. 2015 TULK²A, Ulm
19. bis 24.07. 2015 Semigroups for Dynamical Systems: *Perturbation, Positivity, Networks*, Wuppertal
17. bis 18.10. 2015 AMS, Southeastern Sectional Meeting, Memphis.

4 Verschiedenes

4.1 Romseminare

Das Romseminar ist eine interdisziplinäre Veranstaltung, die seit 1993 mit jährlich wechselnden Themen in Rom stattfindet. Weiteres findet sich unter <http://www.fa.uni-tuebingen.de/lehre/romsem>

2015

Das Romseminar 2015 vom 22.02. bis 01.03.2015 hatte das Thema *Ars Memoriae: Kunst des Erinnerns - Kunst des Vergessens. Perspektiven auf Mathematik und Informatik*.

2016

Das Romseminar 2016 wird vom 21.02 bis 28.02.2016 stattfinden mit dem Thema *Planung - Prognose - Utopie*

Anhang

Abschlussfeier der Absolventen des SS 2014 und WS 2014~15

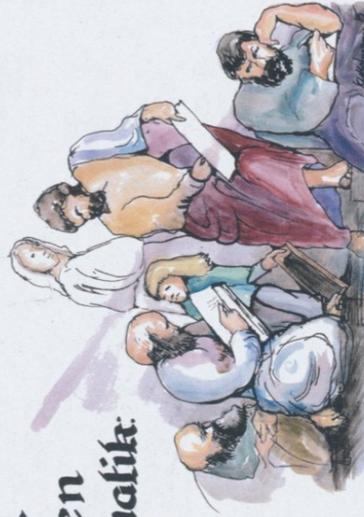
AM FREITAG DEM 12.6.15 IM HÖRSAAL DES HISTORISCHEN MASCHINENHAUSES S1/05-122

**Prof. Dr. Rainer Nagel
Universität Tübingen**

**Die Einheit der Mathematik:
Realität**

**oder
Fiktion?**

12.06



Blaubeuren, 15. -17. 01. 2015

Arbeitstagung des Arbeitsbereichs Funktionalanalysis der Universität Tübingen

Programm

Donnerstag, 15.01.2015

16:00	<i>Begrüßung</i>	
16:30 -17:30	Balint Farkas (Wuppertal) Nikolai Edeko Sven Hirsch	Das Lemma von Barbalat Stetige Schnitte in Banachräumen Nichtautonome Cauchyprobleme und Evolutions- halbgruppen
	Michael Kaplin (Memphis)	Börsenchaos - Black-Scholes-Gleichung mit zeitab- hängiger Volatilität
18:30	Abendessen	
20:00	Kari Kuester Rainer Nagel	Über das Spektrum des Koopmanoperators Koopman und anderen Operatoren

Freitag, 16.01.2015

9:00 -10:30	David Kunszenti-Kovacs (Budapest) Marie Lins Sebastian Schneckenburger Max Schumacher	FA und Graphen, wie passen sie zusammen? Matrix-Spiele und Graphen Kuchteilen: von Neidfreiheit und Perfektion Flüsse in unendlichen Netzwerken
10:30-11:00	Kaffeepause	
11:00-12:30	Miriam Bombieri Martin Adler Marco Peruzzetto Tim Digel	Einführung in die Weiss-Staffans Störung Eine charakteristische Gleichung für Staffans-Weiss Störungen. Fredholm Operatoren Analytic Hierarchy Process
12:30	Mittagessen	
15:00-16:30	Tanja Eisner (Leipzig) Pavel Zorin-Kranich (Bonn)	Primzahlen und Ergodentheorie: Eine Vermutung von Sarnak Punktweise Ergodensätze

	Fernanda Clara de Franca Silva	A nilsequence version of the Carleson maximal operator
16:30-17:00	Kaffeepause	
17:00-18:00	Mathias Schickel	Stereo Processing mit Graph Cuts und Semiglobal Matching
	Daniel Maier	Unterrichten an einer beruflichen Schule
	Viktoria Kühner	Meine BA-Arbeit
	Gundelinde Wiegel	Studium zwischen Tübingen und Trento
18:30	Abendessen	
20:00	AGFA konzertiert	

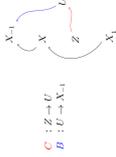
Samstag, 17.01.2015

9:00 -10:30	Agnes Radl (Leipzig)	Über den numerischen Wertebereich
	Waed Dada	Über das numerische Spektrum
	Carl Johann	A Few Femarks on Kernels in Machine Learning
	Matthias Lang-Batsching (München)	Hysterese
10:30-11:00	Kaffeepause	
11:00-12:30	Petra Csomos (Budapest)	Numerische Stabilität für nichtlinearen Evolutionsgleichungen
	Andras Batkai (Wuppertal)	TBA
	Marco Schreiber	Moderne Emailverschlüsselung
12:30	Mittagessen	
14:00	Arbeitsgruppen	
18:00	Abendessen	

A CHARACTERISTIC EQUATION FOR PERTURBED OPERATORS

Martin Adler, Klaus-Jochen Engel
 Arbeitsgemeinschaft Funktionalanalysis, University of Tübingen, Germany
 Università degli Studi dell'Aquila, Italy

It is our goal to characterize the spectrum of certain perturbed operators through a "characteristic equation" by Greiner in [4] and also arises in the theory of closed-loop systems as studied by G. Weiss and O. Staffans in [6, 7]. Consider operators A, B, C defined between the spaces $X_1 \rightarrow Z \rightarrow X, X_{-1} \leftarrow U \leftarrow X_1$, i.e.,



We are interested in the operator $A_{\text{cl}} := (A_{-1} + BC) \upharpoonright_X$ with domain $D(A_{\text{cl}}) := \{z \in Z : A_{-1}z + BCz \in X\}$, where the sum is initially taken in X_{-1} . We assume the triple (A, B, C) to be *compatible*, i.e., $\text{ker}(B) \subseteq \text{ker}(A)$ and $\text{ker}(C) \subseteq \text{ker}(A)$. For more information on the perturbation operator A_{cl} , refer to [1]. The main result of this paper is that the spectrum of A_{cl} coincides with the spectrum of the operator $CR(A, A_{-1})B$ on a "smaller" space U to the spectrum of the perturbed operator A_{cl} , which is described by the characteristic equation $\det(\lambda I - CR(A, A_{-1})B) = 0$. We also identify spectral values of the linear operator A_{cl} on X through a nonlinear equation by computing the determinant of $\text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B \in \mathcal{L}(U)$ (cf. Corollary 4 (4)). As an application we investigate the spectrum of perturbed Weitzell-Laplacians.

Spectral theory
 Let X be a Banach space and $A : D(A) \subset X \rightarrow X$ a linear operator.
Definition 1. We call

$\sigma(A) := \{\lambda \in \mathbb{C} : A - \lambda I \text{ is not injective}\}$,
 $\text{Per}(A) := \{\lambda \in \mathbb{C} : A - \lambda I \text{ is not bijective}\}$,
 the spectrum and point spectrum of the operator A , respectively. The eigenspace corresponding to $\lambda \in \text{Per}(A)$ is $\text{ker}(A - \lambda I)$.
 Note that the sum of the perturbed generator A_{cl} . To this end, we fix some $\mu \in \rho(A)$ and define the Banach space

$$Z_{-1} := (\mu - A_{-1})Z, \quad \|\cdot\|_{Z_{-1}} := \|(R(\mu, A_{-1}) \cdot)\|_Z$$

which enables $X_{-1} \rightarrow Z_{-1} \rightarrow X_{-1}$. Note that the composition $\text{ker}(R(\mu, A_{-1})B) \subset Z$ implies $\text{ker}(B) \subset Z_{-1}$, by the closed graph theorem $B \in \mathcal{L}(U, Z_{-1})$. Hence, we can define the operator

$$A_{\text{cl}}^{\mu} : Z \subset Z_{-1} \rightarrow Z_{-1}, \quad A_{\text{cl}}^{\mu} z := (A_{-1} + BC)z$$

and the operator matrices

$$S_{\pm}(\lambda) := \begin{pmatrix} A - A_{\text{cl}}^{\mu} & \pm B \\ \mp C & \text{Id}_U \end{pmatrix} \in \mathcal{L}(Z \times U, Z_{-1} \times U),$$

A simple computation shows that the matrices $S_{\pm}(\lambda)$ are invertible with inverses

$$S_{\pm}(\lambda)^{-1} = \begin{pmatrix} R(\lambda, A_{-1}) & \mp R(\lambda, A_{-1})B \\ \pm C R(A, A_{-1}) & \text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B \end{pmatrix} \in \mathcal{L}(Z_{-1} \times U, Z \times U).$$

The following factorization is our main ingredient which can be easily verified.

Lemma 2. Let $\lambda \in \rho(A)$. Then

$$\begin{pmatrix} A - A_{\text{cl}}^{\mu} & 0 \\ 0 & \text{Id}_U \end{pmatrix} = S_{-}(\lambda) \begin{pmatrix} R(\lambda, A_{-1}) & 0 \\ 0 & \text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B \end{pmatrix} S_{+}(\lambda),$$

The following lemma is the tool which connects the spectrum of an operator A to the spectrum of its part $A|_Z$ on a continuously embedded subspace $X \rightarrow Z \rightarrow X$, see [3, Prop. IV.2.17].

Lemma 3. Let A be an operator with nonempty resolvent set $\rho(A)$. If Z is a Banach space such that $X_1 \rightarrow Z \rightarrow X$, then one has

$$\sigma(A|_Z) = \sigma(A).$$

Using this factorization and Lemma 3 we obtain the following characterization of the spectral values of A_{cl} . We will all in a characteristic equation.

Corollary 4. Let $\lambda \in \rho(A)$. Then the following holds for

$$a) \text{ If } \lambda \in \rho(A) \text{ and } 1 \in \rho(\Delta(\lambda)), \text{ then } \lambda \in \rho(A_{\text{cl}}) \text{ and } \Delta(\lambda) = CR(A, A_{-1})B \in \mathcal{L}(U),$$

$$b) \text{ If there exists } \mu \in \rho(A) \text{ such that } 1 \in \rho(\Delta(\mu)), \text{ then}$$

$$\lambda \in \sigma(A_{\text{cl}}) \iff 1 \in \sigma(\Delta(\lambda)),$$

$$\lambda \in \text{Per}(A_{\text{cl}}) \iff 1 \in \text{Per}(\Delta(\lambda)).$$

e) If, in addition, $\Delta(\lambda) \in \mathcal{L}(U)$ is compact, then

$$\lambda \in \sigma(A_{\text{cl}}) \iff \det(\text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B) = 0,$$

$$\lambda \in \text{Per}(A_{\text{cl}}) \iff \det(\text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B) = 0.$$

Remark 5. The operators $S_{\pm}(\lambda)$ and $S_{\pm}(\lambda)$ yield isomorphisms between the eigenspaces $\text{ker}(A - \lambda I)$ and $\text{ker}(\text{Id}_U - CR(A, A_{-1})B)$.

Remark 6. The assumption emphasized in blue is needed in order to apply Lemma 3. In fact, there are operators A, B and C such that A_{cl} is not closed, hence $\sigma(A_{\text{cl}}) = \mathbb{C}$, in which case we assume $\text{ker}(A - \lambda I) \cap \text{ker}(B) = \{0\}$. For $\lambda \in \rho(A)$ and $\lim_{\mu \rightarrow \lambda} \|\text{ker}(A - \mu I)\| < 1$.

Application
 On the state space $X = C^1[0, \pi]$ consider the maximal operator $A_{\text{cl}} f := f''$ for $f \in C^2[0, \pi]$. For $\theta \in \mathcal{L}(C^1[0, \pi], \mathbb{C}^2)$ we establish the generation property of the perturbed Weitzell-Laplacian

$$Gf := f'' \quad \text{for } f \in D(G) := \{f \in C^2[0, \pi] : f'(0) = \theta f\}$$

and investigate the spectrum $\sigma(G)$. The example fits into the boundary perturbation approach which originates in the work of G. Greiner [4]. First, we introduce the operator A with pure Weitzell boundary conditions, i.e.,

$$Af := f'' \quad \text{for } f \in D(A) := \{f \in C^2[0, \pi] : Lf := f'(0) = 0\}$$

and the Dirichlet operators $L_{\lambda} := \left[\text{ker}\left(\lambda \frac{d}{dx}\right) \right]^{-1} \in \mathcal{L}(C^2[0, \pi], \mathbb{R})$ for $\lambda \in \rho(A)$. Consider the spaces $Z = C^1[0, \pi], U = \mathbb{C}^2$ and introduce the operators

- $B := (\mu - A_{-1})|_U \in \mathcal{L}(U, X_{-1})$ for some $\mu \in \rho(A)$, and
- $C := \theta \in \mathcal{L}(Z, U)$.

Proposition 6. The following generation result is easily proven using Corollary 3.7 in [2].
Theorem 6. The operator G generates an analytic semigroup of angle $\frac{\pi}{2}$ on $C[0, \pi]$.
 The operator A possesses point spectrum only given by

$$\text{Per}(A) = \{-\pi^2 : n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}$$

since the spectrum coincides with the spectrum of the Dirichlet-Laplacian on $C_0(0, \pi)$ and the constant function $\mathbb{1} \in C_0(0, \pi)$ is an eigenfunction corresponding to the eigenvalue 0.

GAMM Activity Group Budapest: Poster

Remark 7. For boundary perturbations with $B = (\mu - A_{-1})|_U$, where $\mu \in \rho(A)$, the equivalence (5) with $\lambda \in \rho(A)$ holds the simpler form

$$\lambda \in \sigma(A_{\text{cl}}) \iff 1 \in \sigma(C_{\lambda}),$$

If, in addition, $\dim(U) < \infty$, this leads to the characteristic equation

$$\lambda \in \text{Per}(A_{\text{cl}}) \iff \det(\text{Id} - C_{\lambda}) = 0,$$

where $C_{\lambda} := \text{ker}(\lambda I - CR(A, A_{-1})B) \in \mathcal{L}(U)$. If $\dim(U) = \infty$, $-|C_{\lambda}|$ is not well defined.

Corollary 8. For $\lambda \in \rho(A)$ we have $\lambda \in \sigma(G) = \text{Per}(G)$ if and only if

$$\det(\lambda \text{Id} - CR(A, A_{-1})B) = 0,$$

Proof. The assertion is immediate, one having established

$$R(\lambda, A_{-1})B|_U = L_{\lambda}|_U := \text{ker}(\lambda I - CR(A, A_{-1})B) \in \mathcal{L}(U).$$

Next, we consider the following special situation with $\Phi = \begin{pmatrix} f''(0) \\ f'(0) \end{pmatrix}$, i.e., with the boundary conditions described by

$$\begin{pmatrix} f''(0) \\ f'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f''(0) \\ f'(0) \end{pmatrix}.$$

In this case the characteristic equation simplifies considerably.

Corollary 9. We obtain $\text{Per}(G) \cap \rho(A) = \{1\}$.

Proof. For $\lambda \in \rho(A)$ we obtain from (5) that $\lambda \in \rho(G)$ if and only if

$$\cos(\lambda \sqrt{\lambda}) \sqrt{\lambda} - \lambda \sin(\lambda \sqrt{\lambda}) = 1 \iff (1 - \lambda) \sin(\lambda \sqrt{\lambda}) = 0.$$

The only holds for $\lambda = 1$.

Conclusion
 Corollary 4 identifies the spectral values of operators A_{cl} for pairs $(B, C) \in \mathcal{L}(U, X_{-1}) \times \mathcal{L}(Z, U)$ with $\lambda \in \rho(A)$ and $\lim_{\mu \rightarrow \lambda} \|\text{ker}(A - \mu I)\| < 1$. The result is valid for arbitrary boundary conditions, not only perturbationally and in a unified way the asymptotic behaviour of various partial differential equations. To do so we impose only minimal assumptions, i.e., we do not rely on admissibility conditions as used in [1, 6, 7] to establish the generation property of A_{cl} . In contrast to other results we do not require the invertibility of $\text{ker}(A - \lambda I) \cap \text{ker}(B)$. Moreover, the approach towards boundary perturbations taken in [2, Sect. 3.4] generalizes and improves the results due to Greiner and Greiner-Kuhn in [4, 5].

References
 [1] M. Kuhn, M. Bonhôte, K.J. Engel, On perturbations of generators of C_0 -semigroups, *Abstr. Appl. Anal.*, No. ID 213020, 13 (2010).
 [2] M. Adler, M. Bonhôte, K.J. Engel, Perturbations of Analytic Semigroups and Applications to Partial Differential Equations, Preprint (2015).
 [3] K.J. Engel, R. Nagel, One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Graduate Texts in Mathematics 194, Springer-Verlag, New York (2000).
 [4] G. Greiner, Perturbing the boundary conditions of a generator, *Houston J. Math.*, 13, 213-229 (1987).
 [5] G. Greiner, K.C. Kuhn, Linear and nonlinear boundary conditions: the analytical semigroup approach to evolution equations (1981, 1989), Lecture Notes in Pure and Appl. Math. 154, 193-211 (1991).
 [6] O. Staffans, Well-posed linear systems, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, 105, Cambridge University Press (2005).
 [7] G. Weiss, Regular linear systems with feedback, *Math. Control Signals Systems*, 7, 23-37 (1994).



SommerWorkshop der AG Funktionalanalysis

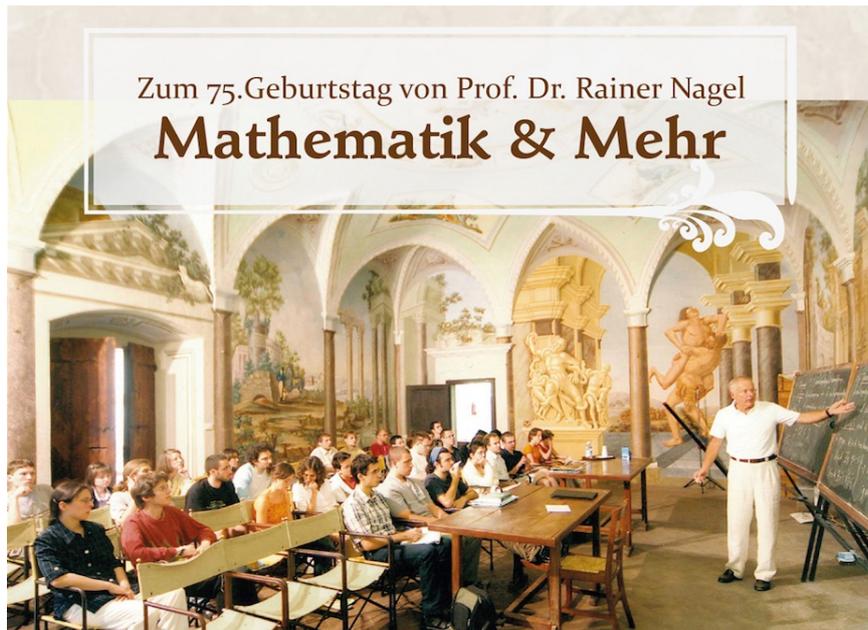
Der diesjährige Workshop der AGFA findet statt am 12. August 2015 ab 10 Uhr c.t. im Seminarraum S10, 6. Stock.

Agenda

- 10:15 L. Maniar (Marrakech) Parabolic equations with dynamic boundary conditions
11:00 A. Radl (Leipzig) Der numerische Wertebereich positiver Operatoren
11:45 K. Engel (L'Aquila) Erstaunliches und Nützliches rund um's Matrix invertieren
- 12:30 Mittagspause bei Pizza, Tee, Kaffee und Diskussionen
- 14:30 Berichte von Mitgliedern der AGFA:
V. Kühner Über Koopmanhalbgruppen
N. Edeko Über stetige Auswahlprobleme
T. Binz Über die Choquet-Theorie kompakter, konvexer Mengen
T. Digel Über analytische Hierarchieprozesse
T. Krake Über Koopman und DMD
M. Peruzzetto Über das Funktionalkalkül
H. Kreidler Über verschiedene Ergodensätze
M. Adler Über Störungstheorie
U. Groh Über das Spektrum
- 16:30 Geplantes Ende

Dazu wird herzlich eingeladen.

R. Nagel, R. Derndinger, U. Schlotterbeck, U. Groh



Zum 75. Geburtstag von Prof. Dr. Rainer Nagel
Mathematik & Mehr

Donnerstag, 26.11.2015

Operatortheoretische Aspekte der Ergodentheorie,
 Hörsaal N14, C-Bau

- ab 15 Uhr Eintreffen der Teilnehmer und Tee im Hankelraum,
Ebene 6 im C-Bau (Mathematisches Institut)
- 16:15 Begrüßung
- 16:30 T. Eisner (Leipzig) Ergodentheoreme und Mehr
- 17:30 B. Farkas (Wuppertal) Von der Funktionalanalysis zur Zahlentheorie
– eine unerwartete Reise

- ab 19 Uhr Buffet im Hankelraum

Freitag, 27.11.2015

Mathematik und Mehr,
 Hörsaal N3, Hörsaalzentrum Morgenstelle

- 14:15 Begrüßung
- M. Haase (Kiel) Von der (Un-)Möglichkeit Recht zu haben
- G. Nickel (Siegen) Mathematik – Die (un)heimliche Macht des Unverstandenen
- M. Korey & M. Wacker (Dresden) Von Elefanten und Automaten – alle Wege führen nach Rom

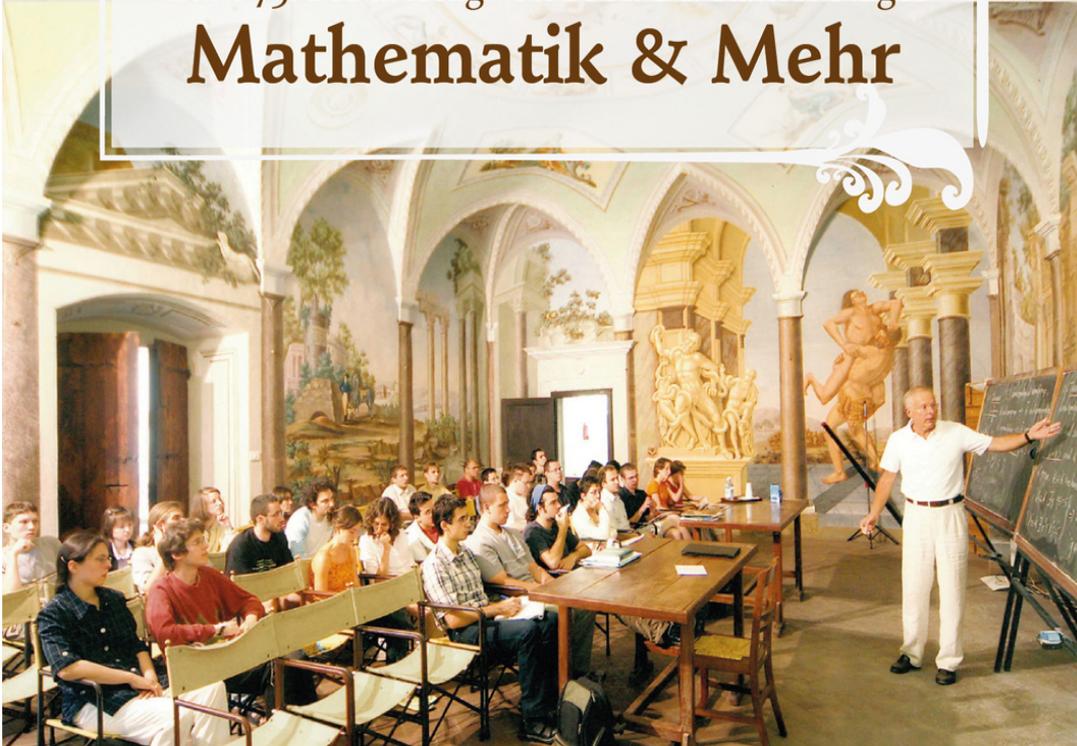
- ab 19 Uhr Buffet in der Ebene 3 im C-Bau (Mathematisches Institut)

Samstag, 28.11.2015

ab 15 Uhr Ausklang — Ursula und Rainer laden ein in die Weingasse 21, Horb

Zum 75. Geburtstag von Prof. Dr. Rainer Nagel

Mathematik & Mehr



26. November 2015

Ab 16 Uhr im Raum N14
C-Bau Morgenstelle

Tanja Eisner • Universität Leipzig
»Ergodensätze und mehr«

Bálint Farkas • Universität Wuppertal
»Von der Funktionsanalysis zur
Zahlentheorie – eine unerwartete
Reise«

Arbeitsgemeinschaft Funktionsanalysis
Eberhard-Karls Universität Tübingen
www.fa.uni-tuebingen.de/rana75

27. November 2015

Ab 14 Uhr im Raum N3
Hörsaalzentrum Morgenstelle

Markus Haase • Universität Kiel
»Von der (Un-)Möglichkeit,
Recht zu haben«

Gregor Nickel • Universität Siegen
»Mathematik – Die (un)heimliche
Macht des Unverstandenen«

Michael Korey • SKD
Markus Wacker • HTW Dresden
»Von Elefanten und Automaten –
Alle Wege führen nach Rom«

... Ab 19 Uhr ...
Wir feiern!

Operator Theoretic Aspects of Ergodic Theory

Miniworkshop

Bergische Universität Wuppertal

29.–30. Januar 2016

<http://www.fan.uni-wuppertal.de/aktivitaeten/workshop-ergodic-theory.html>

Main speakers:

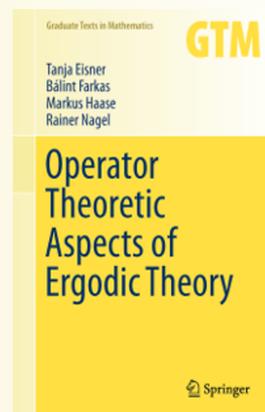
Tanja Eisner

Markus Haase

Karl H. Hofmann

Rainer Nagel

organizer: Bálint Farkas farkas@uni-wuppertal.de



ROMSEMINAR 2016

Seminar im WS 2015/16
Romwoche vom 21. bis 28. Februar 2016



DER BLICK IN DIE ZUKUNFT AUS DER SICHT VON MATHEMATIK UND INFORMATIK

Anmeldung bei: Rainer Nagel <rana@fa.uni-tuebingen.de>
Britta Dorn <brdo@fa.uni-tuebingen.de>
Gregor Giesen <grgi@fa.uni-tuebingen.de>

EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Rainer Nagel
Britta Dorn
Gregor Giesen



UNIVERSITÄT
SIEGEN

Gregor Nickel
Marin Rathgeb

HTW
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
Dresden
University of Applied Sciences

Markus Wacker

CAU
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Markus Haase

STAÄTLICHE
KUNSTSAMMLUNGEN
DRESDEN

Mathematisch-Physikalischer Salon
Michael Korey



Parole -

Niemals
aufgeben

