Romseminar 2010

Mathematikgeschichte(n)

Rombuch

Prof. Rainer Nagel Prof. Gregor Nickel Prof. Markus Wacker

Eberhard Karls Universität Tübingen
Universität Siegen
HTW

Vorwort

„Wer sich mit der Wissenschaft bekannt machen will, darf nicht nur nach den reifen Früchten greifen – er muß sich auch darum bekümmern, wie und wo sie gewachsen sind.“
J. C. POGGENDORFF (1796-1877)

„Also Evidentmachung der Geometrie ist, ob man sich das klarmacht oder nicht, Enthüllung ihrer historischen Tradition.“
EDMUND HUSSERL (1859-1938)

Wie alle Wissenschaften so hat auch die Mathematik ihre Geschichte und ihre Mythen. Auch wenn der Gegenstand der Mathematik ahistorisch erscheint, so sind doch die Akteure dieser Wissenschaft, die Mathematiker, in ihren jeweils einmaligen historischen Zusammenhängen gefangen. Die Geschichte hat große Mathematiker hervorgebracht – ebenso wie viele Mathematiker Geschichte geschrieben haben.
Das Romseminar 2010 ging diesen beiden Abhängigkeiten nach und fragte, wie historische Situationen den Stil und die Inhalte von Mathematikern beeinflusst haben, aber auch, wie Mathematik den Lauf der Geschichte verändert hat.

Der vorliegende Band enthält die schriftliche Ausarbeitung eines Teiles der Vorträge und repräsentiert so die Vielfalt der Themen.

Das Romseminar 2010 wurde zum vierten Mal in Kooperation der Hochschulen in Dresden, Siegen und Tübingen veranstaltet. Ein Nachtreffen im Elbflorenz rundete die Woche in der Sieben-Hügel-Stadt ab.

Für vielfältige und ungewöhnliche Einblicke möchten wir den vielen Personen und Institutionen danken, die das Seminar zu einem einmaligen Erlebnis sowohl für die Studierenden als auch für die Organisatoren gemacht haben:

- Frau Dr. Kubersky-Piredda für die anregende Führung durch die Bibliotheca Hertziana,
- Prälat Prof. Dr. Kemper für seinen beeindruckenden Rundgang durch San Prassede und Santa Maria Maggiore und die Erläuterungen zu den dort zu sehenden frühchristlichen Mosaiken,
- der Casa die Goethe für die freundliche Führung durch die Räumlichkeiten und die Überlassung derselben für die Vorträge am Mittwoch Vormittag,

- Prof. Dr. Freyberger für die eindrucksvolle Führung über das Forum Romanum,
- der Accademia dei Lincei für die schon traditionelle Gastfreundschaft in ihren prachtvollen Räumlichkeiten,
- und Dr. Michael Korey und den Staatlichen Kunstsammlungen Dresden für grandiose Eindrücke in den Dresdner Sammlungen beim Nachtreffen.

Für die finanzielle Unterstützung danken wir schließlich der Universität Siegen, dem Mathematischen Institut und dem Universitätsbund in Tübingen sowie dem „accordo culturale“ zwischen der Università di Roma und der Universität Tübingen.

Rainer Nagel	Gregor Nickel	Markus Wacker
Universität Tübingen	Universität Siegen	HTW Dresden

Romseminar 2010

Mathematikgeschichte(n)

28. Februar bis 7. März 2010
Accademia dei Lincei

Programm

Sonntag, 28. Februar 2010

Ankunft in Rom, Bezug der Unterkunft, Kennenlernen beim Pizzaessen

Montag, 1. März 2010 – Accademia dei Lincei

9^{30} **Begrüßung, Vorstellungsrunde**

10^{00} **Michael Marschner:** *Versunken vor Antikythera*

11^{00} **Leonard Konrad:** *Von Euklid zu Hilbert: Die Grundlagen der Geometrie*

12^{00} **Rebecca Klein:** *Die Emanzipation der Dissonanz*

13^{00} Mittagspause

14^{00} **Barbara Stüßer, Silvia Becher:** *Null und Nichtig – Eine kleine Geschichte der Zahl 0*

15^{30} **Kari Küster, Michael Schober, Frederik Westermaier:** *Löcher im Fundament? – Mathematik in der Krise*

19^{00} **Cena – 'Baffetto'**, Via del Governo Vecchio 114

Dienstag, 2. März 2010 – Accademia dei Lincei / Bibliotheca Hertziana

9^{00} **Vanessa Seifert, Sabine Trogus:** *Die verlorene Gleichung – Alfred und Wolfgang Döblin*

10^{30} **Felix Pogorzelski, Marco Schreiber:** *Norbert Wiener und John von Neumann: Genies und ihre (Gefangenen-)Dilemmata*

12^{00} Mittagspause

13^{30} **Führung durch die Bibliotheca Hertziana – Dr. Kubersky-Piredda**

16^{00} **Kunstgeschichtliche Führung durch San Prassede und Santa Maria Maggiore – Prälat Prof. Dr. Kemper:** *Frühchristliche Mosaiken aus zehn Jahrhunderten*

Mittwoch, 3. März 2010 – Casa di Goethe

10^{00} **Führung durch die Casa di Goethe**

11^{00} **Matthias Gather:** *Isaac Newton – Der Mathematiker Gottes*

12^{00} **Matthias Lang:** *Carl Friedrich Gauss – Princeps Mathematicorum?*

13^{00} **Henrike Allmendinger:** *„Ich verstehe was, was du nur weißt" – Felix Klein hinter den Kulissen der Elementarmathematik* oder: *Was der Lehrer dem Schüler voraus haben sollte!*

14^{00} Mittagspause

19^{30} **Ein kleines Konzert in Santa Maria dell'Anima – Kathrin Lutz *et al.*:** *Moderato ad libitum*

Donnerstag, 4. März 2010 – Accademia dei Lincei

9^{00} **Achim Klein:** *Mathematik – Versuch einer Stilgeschichte*

10^{00} **Natalie Schmücker:** *Rollende Ecken – Mathematik und Fußball*

11^{00} **Anne Weinert, Richard Pietsch:** *Einmal Web Null Null und zurück, bitte.*

12^{30} **Loreen Pogrzeba, Stefanie Hoffmann:** *Striche machen Politik – Ein Schauspiel in 5 Akten*

14^{00} Mittagspause

19^{00} **Kulinarischer Literaturabend im Kloster – Gregor Nickel, Markus Wacker, Markus Haase, Martin Rathgeb:** *Woraus bemerkenswerter Weise nichts hervorgeht*

Freitag, 5. März 2010 – Forum Romanum

9^{00} **Führung über das Forum Romanum – Prof. Dr. Freyberger**

11^{45} **Abschlussgespräch**

13^{00} Mittagspause

14^{30} **Führung zum Petrusgrab**

20^{15} **Cena sociale – 'Taverna Lucifero'**, Via dei Cappellari 28

Inhaltsverzeichnis

Versunken vor Antikythera

Michael Marschner

> Wenn du die Wahrheit suchst, sei offen für das Unerwartete, denn es ist schwer zu finden und verwirrend, wenn du es findest.
>
> Heraklit 540-480

Manchmal sind es die kleinen Dinge, die die wissenschaftliche Welt auf den Kopf stellen.
Viele schriftlich überlieferte Objekte oder technische Errungenschaften, die man so nicht erwartet hätte, haben einen sehr frühen Ursprung und man wundert sich über das zum Teil genaue Wissen der damaligen Menschen. Zur Einführung in das Thema einige kurze Beispiele:

Abbildung 1.1: Kalenderstein aus dem Südwesten Frankreichs zeigt verschiedene Mondzyklen [B1].

So liegen die erste kalendarische Aufzeichnung wohl bis zu 30.000 Jahre zurück. Damals wurden Stöcke, Knochen oder Steine benutzt und mit Einkerbungen versehen, um Mondzyklen darzustellen (siehe Abb. 1.1). Wissenschaftler wie Alexander Marshack vermuten, dass diese Objekte, wie links zum Beispiel, die Mondphasen über zwei Monate darstellen.

Des Weiteren halten wohl viele Menschen den heutigen Suezkanal, der 1869 eröffnet wurde, für eine technische Meisterleistung. Aber wenn man bedenkt, das es ein ähnliches Bauwerk (den Kanal des Dareios, in Abb. 1.2 gelb eingezeichnet) schon zu Zeiten von Ramses des Zweiten, also um 1250 vor Christus gab, denkt man noch einmal darüber nach.

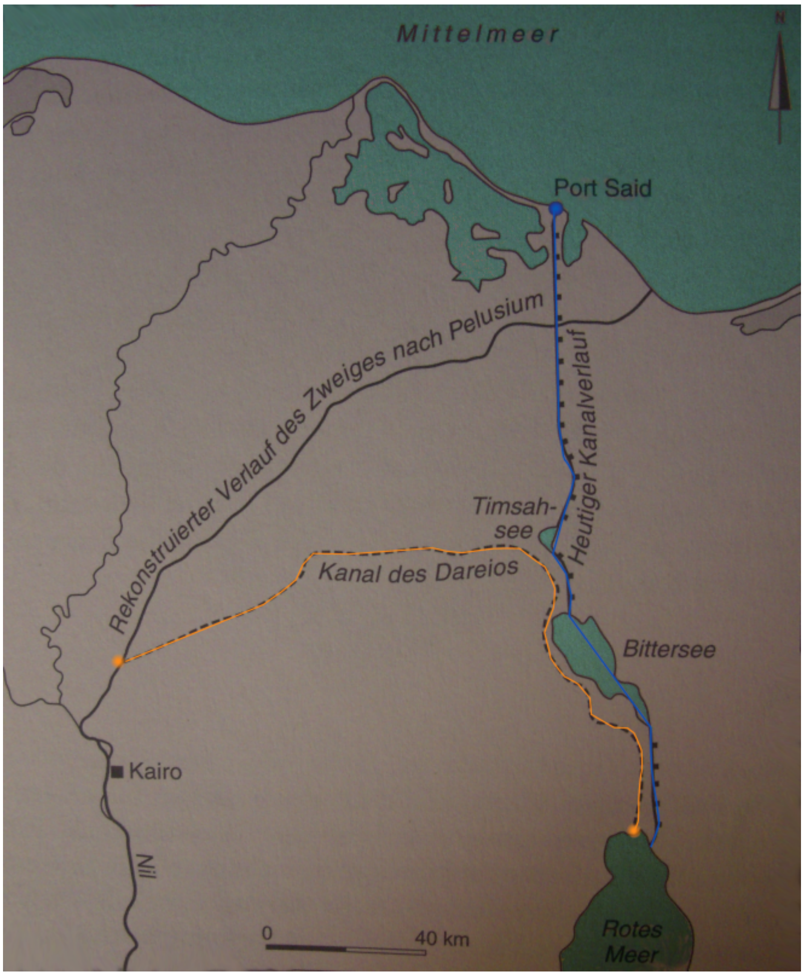


Abbildung 1.2: Vergleich des Verlaufes des heutigen Suezkanals mit dem Kanal des Dareios [B2].

Viele moderne Techniken haben eine viel längere Entstehungsgeschichte als man annimmt. So bringt ein Jahrtausende altes Schiffswrack, das vor der kleinen griechischen Insel Antikythera von Schwammtauchern kurz vor Ostern 1900 gefunden wurde, Erkenntnisse und Wissen mit sich, die man so nie für möglich hielt. Dieser Artikel soll dieser Geschichte und den Konsequenzen, die dieser Fund auslöste, nachspüren.
Es war ein stürmischer Tag in der Ägäis. Ein römischer Frachter war auf dem Weg vom griechischen Rhodos zur kleinen Insel Aigilia als er in den Sturm geriet. Der Lageraum des Schiffes war voll mit kostbarem Schmuck, bronzenen Frauenkörpern, Bargeld, Amphoren gefüllt mit den besten Weinen und mit einer kleinen unscheinbaren Holzkiste. Um Schutz vor dem Unwetter zu suchen, wollten die Seemänner auf der Wind abgewandten Seite der Insel vor Anker gehen. Aber es war wohl zu spät. Der 50 Meter lange Frachter kenterte. Das Gewicht der Ladung zog das Schiff und alles was sich auf ihm befand hinab in die schwarze aufgewühlte See. Dort geriet es vorerst in Vergessenheit.
Es war gewiss nicht das erste oder das letzte Mal, dass so etwas passierte, aber es war vielleicht eines der wichtigsten Male.
Die Zeit zog ins Land und vieles änderte sich. Die kleine Insel Aigilia heißt nun Antikythera und die kleine Geschichte um den römischen Frachter ist schon fast 2000 Jahre her. Wir schreiben das Jahr 1900. Es ist kurz vor Ostern und die See war wieder vom Sturm gepeitscht und von hohen Wellen durchzogen. Zwei kleine Kutter mit Schwammtauchern an Bord konnten durch das schlechte Wetter nicht in ihren gewohnten Gebieten arbeiten und suchten im Windschatten der Insel Antikythera Schutz vor dem Unwetter und neue Tauchgebiete.
Das Meer in dieser Gegend war tief, tiefer als an den normalen Arbeitsplätzen der Schwammtaucher und so dauerten die Tauchgänge sehr lange. Einer der Männer, Elias Stadiatis, tauchte bis auf den Grund der See hinab. An der Wasseroberfläche warteten seine Kollegen und erst nach mehr als neun Minuten erschien endlich ein Arm aus dem Wasser. Aber es war nicht ein Teil von Elias' Körper sondern ein riesiger Bronzearm, den er aus der Tiefe mit hinauf brachte. Er hatte ein altes römisches Schiffswrack, das römische Schiffswrack gefunden.
In den 6 Monaten nach Ostern hatten die Schwammtaucher mit sich gerungen den Fund zu melden, da sie durch den Verkauf der Fundstücke auch viel Geld hätten verdienen können. Aber sie meldeten ihn schließlich doch und am 24. November 1900 begann ein Schiff der griechischen Marine mit der Bergung der Kunstschätze vor Antikythera.
Einige Zeit später, als die Fundstücke im Museum waren und katalogisiert werden sollten, fiel den Restaurateuren eines der scheinbar weniger interessanten Stücke auf. Es war womöglich beim Transport zerbrochen. Der Archäologe Valerios Stais war gerade dabei die Teile zu reinigen, als ihm erstmals Spuren von Zahnrädern auffielen. Leider wusste man damals noch nicht, welche Bedeutung dieser Fund haben würde und er blieb erst einmal unbeachtet im Depot des Museums liegen.
Erst über 50 Jahre später rückte der Apparat wieder in das Interesse der Wissenschaft. Ein Forscher der Universität Yale sollte die Echtheit und die früheren Datierungen des Mechanismus überprüfen. Sein Name: Derek de Solla Price (Abb. 1.4).

Das Artefakt (Abb. 1.3) erregte seine Aufmerksamkeit und untersuchte es genauer. Er war davon überzeugt, dass das Gerät aus dem ersten Jahrhundert vor Christus stammen musste und dass es somit auch echt sei. Andere Historiker und Wissenschaftler wollten seinen Ergebnissen aber nicht glauben, da sie meinten, dass die Griechen zwar über das theoretische Wissen über die Anfertigung solcher Apparate verfügt hätten

Abbildung 1.3: Eines der bekanntesten Bilder zum Antikythera Artefakt [B3].

aber nicht über die technischen und praktischen Fähigkeiten.
Trotz allem veröffentlichte Price seine Ergebnisse im „Scientific American“ unter dem Titel „An Ancient Greek Computer“ [Q7].

Aus dieser Untersuchung ging auch ein sehr bemerkenswertes Zitat von ihm hervor:

> „Ein vergleichbares Instrument ist nirgends erhalten und ist auch in keinem alten wissenschaftlichen oder literarischen Text erwähnt. Nach allem, was wir über Wissenschaft und Technologie im hellenistischen Zeitalter wissen, dürfte es eine solche Vorrichtung eigentlich nicht geben“ [Z1].

Weitere Jahre gingen ins Land ohne weitere Klärung der Fronten. Da der Mechanismus aber nun mal existierte und durch die Untersuchungen von Price immer noch nicht komplett erforscht war, versuchte Price mit Hilfe der griechischen Atomenergiebehörde 1971 erstmals mit Röntgen- und Gammastrahlen hinter weitere Geheimnisse der Apparatur zu kommen. Die Bilder gerieten verschwommen, aber mit seiner Erfahrung und seiner Vorstellungskraft konnte er den Aufbau des Gerätes und das Zusammenspiel der Zahnräder nachempfinden. Seine Erkenntnisse stellten dar, wie das Gerät mittels Getrieben den Sonnenlauf durch die Tierkreiszeichen, die Mondphasen, den Umlauf des Mondes und der Sonne um die Erde und die Aufgangs- und Untergangszeiten dieser Himmelskörper simulierte und Vorhersagen konnte. Das Gerät war also ein

Abbildung 1.4: Derek de Solla Price mit seiner rekonstruierten Apparatur [B4]

Himmelskalender, ging aber in seiner Bedeutung weit darüber hinaus:

Die oben beschriebenen Funktionen waren nur mit Hilfe eines Differenzialgetriebes möglich, das nach wissenschaftlicher Auffassung erst im 16. Jahrhundert n. Chr., also rund 1500 Jahre später entwickelt worden war und noch im Europa des 19. Jahrhunderts so neuartig war, dass mehrere Patente dafür erteilt worden sind [Q1].

Ein Differentialgetriebe ist ein spezielles Planetengetriebe, das eine feste Übersetzung hat. Durch das bekannte Übersetzungsverhältnis, ist es möglich auf beliebige Drehzahlen an verschiedenen Zahnrädern des Getriebes zu kommen. Das ermöglicht den Aufbau komplexer Mechanismen wie den Antikythera Mechanismus.

Nach dieser weitgehenden und umfassenden Analyse von Price war es nun allerdings anerkannt, dass das Gerät echt war und dass die Geschichte der Technik in der Antike umgeschrieben werden musste. Das Gerät war funktionstüchtig als es auf dem Schiff versank. Es war sogar schon ausgiebig genutzt worden, da man Spuren von Reparaturen an den Zahnrädern fand. Und auf Basis der Ergebnisse ersten Nachbau des Mechanismus (siehe Abb. 1.4).

Nach weiteren 20 Jahren wurde 1993 – die Aufnahme- und Analysetechniken hatten enorme Fortschritte gemacht – eine weitere, detailliertere Röntgenanalyse und eine bessere Rekonstruktion angefertigt. Diesmal baute ein Uhrenmacher aus Sydney, Frank Percival, der schon andere Uhrwerke aus dem Mittelalter rekonstruiert hatte, das Werk nach. Zur Seite standen ihm ein Professor für Informatik, Goerge Bromley und sein Student Bernard Gardner. Im Zuge dieser Arbeiten wurde auch erstmals die Rückseite

Abbildung 1.5: Michael Wright [B5]

des Apparates nachempfunden.

Doch so überzeugend dieser neue Nachbau war, er hatte eine entscheidende Schwachstelle: Man konnte nicht beweisen, dass das Original so funktionierte. Viele Zahnräder waren nicht im Original erhalten und wurden für die Funktionsweise des Apparates ergänzt. An anderen Teilen schätze man die Zahl der Zähne nur. Die Lücken wurden fantasievoll ergänzt. Dies fiel schon nach der ersten Rekonstruktion einem Angestellten der Maschinenbauabteilung des Londoners Museums auf, Michael Wright. Er reiste mit einem selbstgebauten Röntgengerät nach Athen und untersuchte das Artefakt selbst. Obwohl seine Aufnahmen auch nicht sehr scharf gerieten, erlangte er neue Erkenntnisse und stellte fest, dass der Apparat nicht nur ein Kalenderinstrument sondern auch ein komplettes Planetarium mit der Darstellung aller damals bekannten Planeten war: Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn. Die Erde tauchte dabei nicht auf, da sie als Zentrum galt.
Mit diesen Erkenntnissen schlossen sich Michael Wright (siehe Abb. 1.5) und Bernard Gardner zusammen. Die beiden rekonstruierten den Mechanismus 2002 erneut unter Einbeziehung der Erkenntnisse über die klassische griechische Astronomie (siehe Abb. 1.6 & 1.7). Zu diesen gehörten das geozentrischen Weltbild, der Saros-Zyklus, die Annahme, dass die Erde kugelförmig ist und die Epizyklischen Theorien.

Der Saroszyklus beschreibt die Abfolge von Finsternissen und dauert etwa 1270 Jahre. Er entstand durch die Beobachtung von Mond- und Sonnenfinsternissen, die hauptsächlich von derselben Art (partielle, totale, ringförmige Finsternis) waren. Die Unterteilung erfolgt in sogenannte Sarosperioden die je eine Zeitspanne von circa 18,03 Jahren beschreiben. Das Besondere an dieser Zeiteinteilung ist, dass sich die Zyklen überlappen können und sie sehr genau auf lange Intervalle Zeitabschnitte betrachtet ist.

Die Epizyklen-Theorie nimmt an, dass die Grundgeometrie für Planetenbahnen der Kreis ist und man aus ineinander verschachtelten Kreisbahnen die Bahnen der Gestirne rekonstruieren könne.

Wright und Gardner konstruierten ein neues Getriebe, das mit angepassten Übersetzungen viel besser in die Epikzyklischen-Theorien passte. So kam die Vermutung auf, dass sich die angewandte Mechanik und die theoretische Mathematik parallel entwickelten. Dazu ein Zitat von Wright:

„Es ist schon bemerkenswert, dass das Konzept des Zahnradgetriebes und

Abbildung 1.6: Frontansicht des Nachbaues [B6]

Abbildung 1.7: Innenaufbau des Nachbaues [B7]

> epizyklische Theorien zur gleichen Zeit und in der gleichen Gegend entwickelt wurden.“ [Z2]

Eines stand nun fest: Der Mechanismus stellte die Position der Gestirne dar. Aber wozu diente er? Eine weitere Erkenntnis von Wright dazu:

> „Seefahrt wurde damals sehr einfach betrieben, ohne Instrumente. Wenn solche Geräte als Navigationshilfen dienten, hätten wir schon davon gelesen und andere Exemplare in Wracks gefunden.“ [Z3]

Was uns zu einem weiteren, sehr interessanten Punkt bei den Untersuchungen bringt: Nirgendwo, in keiner Aufzeichnung oder Überlieferung, werden Geräte erwähnt, wie der Mechanismus von Antikythera eines ist. Es scheint ein seltenes Stück oder sogar Einzelstück zu sein. So kommen die Forscher auf die verschiedensten Ideen wozu es noch gedient haben könnte. Zum Beispiel meint Wolfram Lippe, Professor am Informatik-Institut der Universität Münster, dass der Apparat religiösen Zwecken gedient haben könnte:

> „Wer damals Finsternisse vorhersagen konnte, war ein mächtiger Mann.“ [Z4]

Der Getriebemechanismus ermöglicht die Darstellung der Saros-Perioden: 18,2 Jahre nach jeder Mond- oder Sonnenfinsternis tritt eine Finsternis der gleichen Art auf.

Zusätzlich geht Lippe davon aus, dass diese Apparatur einzigartig war. Im Gegenzug dazu vermutet Wright, dass es viele Dutzende diese Gerätschaften zu jener Zeit gab. Er begründet seine Annahme damit, dass einige Teile des Räderwerkes vorher in anderen Getrieben verbaut waren. [Q1]

> „Andere Instrumente harren womöglich noch ihrer Entdeckung. Manche davon könnten noch unter der Asche von Pompeji liegen.“ [Z5]

Die Forschungsarbeiten und die Untersuchungstechniken entwickelten sich weiter. So wurde 2005 einer der größten Schritte bei der Untersuchung der Fundstücke im Rahmen des *Antikythera Mechanism Research Projects* unternommen. Da man die Objekte nicht aus dem Museum nehmen konnte, nahm man eine Maschinen zur Untersuchung „einfach“ mit ins Museum. Nur das „einfach“ ist sehr leicht dahin gesagt, wenn man einen 7,5 Tonnen schweren CT – Scanner transportieren muss. Man wollte einfach neue Erkenntnisse und Ergebnisse um die Forschungen vorantreiben. X-Tek Systems und HP installierten den PTM Dome, einem 450-kV-Microfocus-Tomographen, vor Ort. Dies ermöglichte die Entschlüsselung von mehr als 2000 Schriftzeichen anstatt den bisher nur rund 1000 bekannten. Daraufhin sagte Xenophon Moussas, ein anerkannter Professor von der Universität Thessaloniki und Mitarbeiter des Projektes, der 2006 die Ergebnisse im Internet veröffentlichte:

> „Große Teile der Mathematik-Geschichte und der Astronomie müssen umgeschrieben werden“. [Z6]

Für diese Aufnahmen wurden neue Darstellungsalgorithmen für Oberflächen entwickelt, wie zum Beispiel das Polynomial Texture Mapping (kurz PTM). Es ist ein neues Verfahren zur Aufnahme von Oberflächen und eine Rendertechnik wie Bump-Mapping oder Normalen-Mapping. PTM ist jedoch neuer, deutlich anspruchsvoller und eignet sich zum realistischen Simulieren von kleinen Oberflächendetails.Die digitalen Daten hierfür können aus zwei RGB-Dateien oder aus einem 6-Kanal-TIFF stammen. Die Daten werden mittels Lichtsonden von realen Materialien digitalisiert [Q2]. Die so entstandenen Aufnahmen vom Antikythera-Mechanismus sind im Internet [Q3] zugänglich, und man kann sie sich mit Hilfe eines PTM Viewers anschauen. Insgesamt schließen heute die Wissenschaftler aus den gemeinsamen Aufnahmen und Ergebnissen aller Untersuchungen auf einen sehr detaillierten Funktionsumfang des Apparates:

- Anzeige Stellung 5 bekannter Planeten (Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn) + Sonne + Mond
- Sonnenaufgang/Mondaufgang – Untergang
- Auf-/Untergang der hellsten bekannten Sterne
- Sonnenlauf durch die Tierkreiszeichen
- Konstellationen bekannter Sterne das ganze Jahr hindurch

Abbildung 1.8: Massimo Vicentini's Werkstatt [B8]

- Anzeige der Bewegung der Sonne durch Tierkreiszeichen
- Vorhersage Sonnen/Mondfinsternis
- Anzeige kallipischen Zyklus 76 (4× Metonische Zyklus 19 Jahren bzw. 235 synodische (lunar) Monate) oder 4-jährigen Olympia-Rhythmus
- Anzeige des ekliptischen Zyklus (223 lunar Monate)

Doch da die Untersuchungen noch lange nicht abgeschlossen sind, ergaben sich 2008 auch Änderungen bei der Interpretation der Rückseite der Apparatur. So stellt eine kleine Anzeige wohl nicht den kallipischen Zyklus dar sondern die Phasen der Olympischen Spiele, die alle 4 Jahre sind.

Da einer der Forscher des Antikythera Mechanism Research Projects, Massimo Vicentini, ein begabter Bastler und Modellierer und zufällig auch noch Italiener ist, möchte ich auf seine Werke zum Thema hinweisen, die er in seiner kleinen Werkstatt baute (siehe Abb. 1.8). Dort entwickelte er einen eigenen kleinen Nachbau und erstellte zudem eine 3D Animation [Q4].

Sein Nachbau und die entstandene Animation spiegeln nun den aktuellen Stand der Forschungen dar. Nicht nur dieses kleine private Projekt existiert zurzeit zum Thema Antikythera. Eine ganze Gruppe von Wissenschaftlern hat sich im Antikythera Mechanism Research Project [Q5] zusammengefunden und erforscht diesen Apparat immer weiter. Auch schon in der Vergangenheit gab es viele wissenschaftliche Publikationen dazu. Unter anderem zwei sehr prominente Artikel in der Nature [Q6]. Vieles gilt es noch zu beweisen und zu erforschen, denn selbst in diesen Rekonstruktionen steckt noch viel Spekulation. Ganze Konferenzen werden allein für die neuesten Forschungen um den Antikythera-Mechnismus gefüllt. 2009 fand zum Beispiel in der Budapester University of Technology and Economics ein Treffen zum Thema *The Antikythera Mechanism and its place in the history of science, technology and idea*s statt [Q7].

Zitatequellen:

Z1 „Sternenrechner aus dem Meer“, Absatz „Ein gutes halbes Jahrhundert“ `http://www.pm-magazin.de/de/heftartikel/ganzer_artikel.asp?artikelid=1461`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Z2 „Sternenrechner aus dem Meer“, Absatz „Der Himmelsrechner von Antikythera“ `http://www.pm-magazin.de/de/heftartikel/ganzer_artikel.asp?artikelid=1461`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Z3 „Sternenrechner aus dem Meer“, Absatz „Klar: Die Apparatur“ `http://www.pm-magazin.de/de/heftartikel/ganzer_artikel.asp?artikelid=1461`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Z4 „Das Urwerk“, `http://www.zeit.de/2006/49/A-Antikythera`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Z5 „Das Urwerk der mechanischen Komplikation“, `http://www.trustedwatch.de/aktuell/watchnews/1108/Das-Urwerk-der-mechanischen-Komplikation-Mechanismus-von-Antikythera-erlaubte-kalendarische-Berechnungen`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Z6 „Computer von Antikythera“, `http://de.academic.ru/dic.nsf/dewiki/276124`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Quellenverzeichnis:

Q1 „Das Urwerk der mechanischen Komplikation“, `http://www.trustedwatch.de/aktuell/watchnews/1108/Das-Urwerk-der-mechanischen-Komplikation-Mechanismus-von-Antikythera-erlaubte-kalendarische-Berechnungen`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q2 Jeremy Birn: Lighting & Rendering - 3D-Grafiken meisterhaft beleuchten - Realistische Texturen entwickeln, 2009, Seite 299, ISBN 978-3-8273-2941-7.

Q3 `http://www.hpl.hp.com/research/ptm/antikythera_mechanism/full_resolution_ptm.htm`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q4 `http://www.mogi-vice.com/Antikythera/A-W-M.zip`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q5 `http://www.antikythera-mechanism.gr/`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q6 `http://www.antikythera-mechanism.gr/project/publications/nature-2006`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q7 `http://www.antikythera-mechanism.gr/node/473`, letzter Aufruf: 13.07.2010

Q8 http://www.antikythera-mechanism.gr/node/234, letzter Aufruf: 13.07.2010

Bildverzeichnis:

B1 Quelle: Peter James, Nick Thorpe: „Keilschrift, Kompaß Kaugummi – Eine Enzyklopädie der frühen Erfindungen", 2. Auflage 2002, Seite 354

B2 Quelle: Peter James, Nick Thorpe: „Keilschrift, Kompaß Kaugummi – Eine Enzyklopädie der frühen Erfindungen", 2. Auflage 2002, Seite 93

B3 Quelle: „Discovering How Greeks Computed in 100 B.C.", http://www.nytimes.com/2008/07/31/science/31computer.html?_r=1&hp

B4 Quelle: „Mechanismus von Antikythera" http://de.wikipedia.org/wiki/Mechanismus_von_Antikythera, letzter Aufruf: 13.07.2010

B5 – B7 Quelle: „Final thoughts from the ICHST: Rambling on about the Antikythera Mechanism", http://www.pachs.net/blogs/comments/final_thoughts_from_the_ichst/, letzter Aufruf: 13.07.2010

B8 Quelle: http://www.mogi-vice.com/Antikythera/Antikythera-en.html, letzter Aufruf: 13.07.2010

Euklid und Hilbert: Die Grundlegung der Geometrie

Leonard J. Konrad

2.1 Einleitung

„Es gibt keinen Königsweg zur Geometrie". Dies war, so berichtet Proklos, die Antwort Euklids auf die Frage Ptolemaios I., ob es einen leichteren Weg zur Geometrie gäbe als das Studium der „Elemente". Ptolemaios, erster hellenistischer Regent Ägyptens nach den griechischen Feldzügen unter Alexander dem Großen, erkennt damit die Leistung Euklids als Autor des Hauptwerks der Geometrie an, muss aber zugleich erkennen, dass das Verständnis der Geometrie – wie auch der gesamten Mathematik – kein leichtes Unterfangen darstellt und dass es auch für einen bedeutenden Mann wie den König Ägyptens keinen anderen Weg gibt.
Die Geometrie und damit auch die Elemente Euklids haben stets eine große Rolle in der schulischen Ausbildung eingenommen. Bereits in der Antike etabliert sich ein fester Kanon von Fächern, die sogenanntes Artes Liberales, die sich in das Trivium mit Grammatik, Rhetorik und Logik sowie das Quadrivium mit Arithmetik, Geometrie, Musik und Astronomie aufteilen. Wichtige Grundlagen der Arithmetik und der Geometrie finden sich in den Elementen und sorgen dafür, dass diese ein wichtiges Schulwerk werden. Auch zu den beiden anderen Fächern des Quadriviums gibt es Werke von Euklid. Spätestens seit den mittelalterlichen lateinischen Übersetzungen ist der Siegeszug der Elemente in der Schule nicht aufzuhalten, und seit der Erfindung des Buchdruckes gehören sie auch zu den meistverbreiteten Werken. Noch heute findet sich vieles im schulischen Mathematikunterricht wieder, das Euklid vor über 2000 Jahren niedergeschrieben hat.
Neben der großen Rolle Euklids in der schulischen Ausbildung hat er auch eine nie unbestrittene Bedeutung in der Mathematikgeschichte, insbesondere in der Entwicklung der Geometrie, die heute seinen Namen trägt. Die herausragende Leistung, ganze Teilgebiete der Mathematik systematisch darzustellen, und das rigorose Vorgehen, jeden Schritt von der ersten Aussage nach dem Setzen eines sinnvollen Axiomensystems bis zur letzten Proposition zu beweisen, diente als Vorbild für die nachfolgenden Mathematiker und Naturwissenschaftler.
Bis ins 19. Jahrhundert hinein gab es kein weiteres Werk vom Rang der Elemente, das sich mit euklidischen oder einer anderen Geometrie befasst. Mit Hilbert und seinen

Grundlagen der Geometrie von 1899 schließt sich der Kreis. Er vollendet, was Euklid mit den Elementen begonnen hat und liefert eine fundierte Darstellung der Geometrie, die die Probleme, die im Laufe der Zeit zum Vorschein kamen, löst und sich nicht nur mit Einzelargumenten auseinandersetzt. Es finden sich auch in der Darstellung Parallelen zu den Elementen. Hilbert selbst bezieht sich noch im Vorwort auf das über 2000 Jahre alte Werk und liefert letztlich eine verbesserte Darstellung der euklidischen Geometrie.

Diese Arbeit soll die Leistung Euklids bei der Grundlegung der Geometrie hervorheben und sie dabei mit der Hilbertschen Neufassung vergleichen. Wir wollen aber auch aufzeigen, wo sich Schwachstellen im Vorgehen Euklids befinden, die noch nicht zur logischen Strenge gereift sind, und wie diese von Hilbert später umgangen werden. Wir wollen dabei ganz besonders auf das Axiomensystem zu Beginn der beiden Werke und deren Darstellung eingehen.
Es soll keine grundlegende Einführung in die Elemente Euklids gegeben werden, ebenso wenig eine in die Grundlagen Hilberts. Es soll auch keine Geometriegeschichte anhand dieser beiden Eckpfeiler dargestellt werden.
Diese Arbeit gliedert sich in drei Abschnitte. Der erste ist den Elementen Euklids gewidmet. Nach einer kurzen Einführung in Leben und Werk stellen wir die verschiedenen Abschnitte im ersten Buch anhand ausgewählter Textstellen dar, die exemplarisch für den Stil im gesamten Werken stehen. Es soll gezeigt werden, wie Euklid vorgeht und wie seine Definitionen, Axiome und Beweise aussehen. Anhand der ersten Proposition zeigen wir dann, dass die Axiome Euklids unvollständig sind.
Der zweite Abschnitt stellt die wichtigsten Aspekte der Überlieferungsgeschichte der Elemente dar. Dabei soll ein kurzer Überblick geboten werden über die antiken Kommentare, die mittelalterliche Überlieferung bis zu den ersten gedruckten Ausgaben.
Zuletzt wollen wir das Axiomensystem Hilberts mit dem Euklids vergleichen und werden dabei sehen, dass sich vieles in teilweise veränderter Form wiederfindet. Neben einem knappen Überblick sollen auch in diesem Abschnitt ausgewählte Textstellen untersucht werden, um zu zeigen, wie Hilbert mit seiner Vorlage umgeht.

2.2 Euklid: Die Elemente

2.2.1 Werk und Leben Euklids

Über das Leben Euklids ist nicht viel bekannt. Er war um etwa 300 v. Chr. in Alexandria tätig, das berichtet Pappus, vermutlich am neu gegründeten Museion, das vor allem durch seine umfangreiche Bibliothek bekannt war. Proklos berichtet davon, dass Euklid zur Regierungszeit von Ptolemaios I. (367-283 v. Chr.) gelebt hat, auch verweist Archimedes (287-212 v. Chr.) in seinen Werken auf ihn.
Von Euklid stammen neben den Elementen weitere mathematisch-naturwissenschaftliche Werke, wie etwa über Musiktheorie, Astronomie oder Optik, wobei nicht sein gesamtes Oeuvre erhalten ist. Die Elemente stellen aber unbestritten sein Hauptwerk dar. Der griechische Originaltitel lautet *στοιχεῖα*, was etwa mit Elemente, Ursachen oder Prinzipien übersetzt werden kann. Sie liefern eine fundierte Darstellung der ma-

thematischen Teilgebiete Geometrie und Arithmetik und bestehen aus 13 Büchern, die sich dabei wie folgt gliedern:

- Buch 1-6: Ebene Geometrie.
- Buch 7-9: Zahlentheorie.
- Buch 10: Geometrie inkommensurabler Größen.
- Buch 11-13: Raumgeometrie.

Jeder Abschnitt beginnt mit den für das jeweilige Teilgebiet notwendigen Definitionen und Axiomen. Nach dieser Grundlegung folgt dann die eigentliche Theorie, d.h. verschiedene Propositionen oder Konstruktionsanleitungen, die lediglich unter Zuhilfenahme von den Aussagen bewiesen werden, die bereits bewiesen oder durch das Axiomensystem zu Grunde gelegt worden sind.
Unser Augenmerk soll auf dem ersten Buch liegen, insbesondere auf den ersten Abschnitten, in denen die Axiomatisierung der ebenen Geometrie behandelt wird.

Die Quellen und Vorbilder Euklids sind nicht oder nur in Fragmenten überliefert. Proklos liefert in seinem antiken Euklidkommentar eine knappe Entwicklung der Geometrie bis Euklid. Er berichtet darin auch, dass Euklid viele Sätze von Eudoxos und Theatetus übernommen habe, möglicherweise standen ihm damals diese Texte noch zur Verfügung. Es ist heute aber kaum überprüfbar, inwieweit diese Aussagen stimmen, und auch damit schwer feststellbar, was wirklich von Euklid stammt bzw. was er nur übernommen hat.
Was jedoch seine große Leistung war, ist sein Bestreben nach einem logisch stringenten Aufbau seiner Elemente, das es wohl, soweit wir das heute feststellen können, bis dahin noch nicht gegeben hat.

2.2.2 Das erste Buch der Elemente

2.2.2.1 Übersicht

Zu Beginn des ersten Buches werden die grundlegenden Definitionen, Axiome und Postulate für die ebene Geometrie, das Thema der ersten fünf Bücher, eingeführt. Das erste Buch der Elemente gliedert sich wie folgt:

- Definitionen (1-23).
- Postulate (1-5).
- Axiome (1-9).
- Propositionen (1-48).
  - Geometrie ohne Parallelen (1-26).
  - Parallelen, Winkelsumme (27-32).
  - Parallelogramme (33-45).

- Satz des Pythagoras (46-48).

Im Folgenden wollen wir die einzelnen Abschnitte untersuchen und zu ausgewählten Stellen Anmerkungen machen.

2.2.2.2 Die Definitionen

Zu Beginn stehen die Definitionen der ebenen Geometrie. Diese sollen die Objekte definieren, die anschließend behandelt werden.

> 1. Ein Punkt ist, was keine Teile hat,
> 2. Eine Linie breitenlose Länge.
> 3. Die Enden einer Linie sind Punkte.
> 4. Eine gerade Linie (Strecke) ist eine solche, die zu den Punkten auf ihr gleichmäßig liegt.
> 5. Eine Fläche ist, was nur Länge und Breite hat.
> 20. Von den dreiseitigen Figuren ist ein gleichseitiges Dreieck jede mit drei gleichen Seiten.
>
> (Euklid, Elemente, Buch 1, Definitionen 1-5 und 20)

Mit diesen ersten Definitionen versucht Euklid, diese Objekte mit Hilfe von Ausdrücken zu erklären, die selbst wieder einer Definition bedürfen. So lange wir nicht wissen, was ein Teil ist bzw. wie etwas aussieht, das eben keine Teile hat, wissen wir über einen Punkt nicht mehr als ohne diese Definition. Ebensowenig verdeutlicht eine breitenlose Länge den Begriff Linie. Man könnte, um dies etwas zu erleuchten, dies mit Hilfe des Dimensionsbegriffes erklären. Ein Punkt ist etwas nulldimensionales, eine Linie etwas eindimensionales, eine ebene Fläche etwas zweidimensionales, allerdings fehlt uns auch hier die Definitionen des Dimensionsbegriffes.
Auftreten kann diese Ungenauigkeit dadurch, dass es eine intuitive Vorstellung der ebenen Geometrie gibt und es damit eindeutig erscheint, was ein Punkt oder eine Gerade ist. Diese Intuition kann aber irreführen und keine unabhängige Definition ersetzen. Hilbert, wie wir in Abschnitt 2.4.4 sehen werden, vermeidet die konkrete Definition der Objekte und beschränkt sich auf abstrakte Objekte, die aber in ihren Eigenschaften natürlich mit den intuitiven Objekten übereinstimmen.
Es sind jedoch nicht alle Definitionen so unklar. Andere sind ziemlich eindeutig, in denen verschiedene Figuren wie der Kreis oder das Dreieck definiert werden. Es ist auffällig, dass Euklid zwar all diese Definitionen zu Beginn bringt, jedoch später nicht auf die problematischen zurückgreift. Das Phänomen, dass etwas anschaulich klar ist und daher nicht genau oder gar nicht erklärt wird, wird uns noch begegnen, wenn wir die Probleme in den Beweisen betrachten.

2.2.2.3 Die Postulate

Nach den 23 Definitionen folgen fünf Postulate, also Forderungen, die an die Geometrie gestellt werden, Aussagen, die von der Geometrie gefordert werden und damit als wahr angenommen werden. Damit die Geometrie der beobachtbaren Realität möglichst entspricht – inwieweit das wünschenswert ist, sei an dieser Stelle offen gelassen – und damit in gewissem Maße „sinnvoll" ist, müssen die Postulate wie auch die Axiome (und entsprechend natürlich auch die Definitionen), vernünftig gewählt werden und dürfen sich nicht widersprechen. Die Widerspruchsfreiheit der Postulate und Axiome setzt Euklid stillschweigend voraus, ohne sie im einzelnen zu überprüfen oder zu erwähnen. Das Problem scheint sich ihm nicht zu stellen, da er alles in der Praxis anwenden kann.

> Gefordert soll sein:
> 1. Da man von jedem Punkt nach jedem Punkt die Strecke ziehen kann,
> 2. Da man eine begrenzte gerade Linie zusammenhängend gerade verlängern kann,
> 3. Da man mit jedem Mittelpunkt und Abstand den Kreis zeichnen kann,
> 4. Da alle rechten Winkel einander gleich sind,
> 5. Und da, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, da innen auf derselben Seite entstehende Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind.
> (Euklid, Elemente, Buch 1, Postulate 1-5)

Die ersten drei Postulate sind im wesentlich die Forderung, dass Konstruktionen mit Zirkel und Lineal möglich sind. Interessant ist, dass die Eindeutigkeit in Postulat 1 oder eine entsprechende äquivalente Formulierung fehlt, obwohl diese Eigenschaft in Proposition 4 des ersten Buches benötigt wird. Proklos versucht die Eindeutigkeit in seinem Kommentar zu beweisen, muss es aber als Axiom hinzufügen.
Das vierte Postulat kann man statt zu den Postulaten auch zu den Axiomen zählen, da dieses nichts über die Konstruierbarkeit aussagt. Das Postulat, so unscheinbar es auch aussieht, impliziert auch die Invarianz von Figuren unter Translationen. Hilbert zeigt im Anschluss an die Axiomengruppe III, dass dieses Axiom von seinen anderen abhängt.
Die ersten vier Postulate entsprechen dem Beobachtbaren bzw. dem in der Wirklichkeit Ausführbaren. Dasselbe gilt auch für das Parallelenpostulat 5, dem die Euklidische Geometrie ihren Namen verdankt und das seine eigene Geschichte hat, wenngleich es in dieser Fassung schwer einsichtig ist. Verständlicher ist das bei der äquivalenten Aussage, dass die Winkelsumme im Dreieck zwei rechten Winkeln entspricht.
Schon Ptolemäus hat versucht, dieses aus den andern Axiomen herzuleiten. Ebenso haben sich Proklus, Tabit ibn Qurra, Nasiraddin at-Tusi, Borelli, Wallis, Lambert und Legendre vergeblich daran versucht. Gauß schließlich erkannte, ohne jedoch seine Ergebnisse zu veröffentlichen, dass das Parallelenpostulat von den übrigen wirklich unabhängig ist und dass auch unter Wegnahme des Postulats eine sinnvolle Geometrie entsteht. Bolya und Lobatschweski schließlich veröffentlichten dann unabhängig voneinander ihre Ausführungen über dieses Thema und zeigten damit die Existenz nichteuklidischer Geometrien.

2.2.2.4 Die Axiome

Eine weitere Gruppe der zu Grunde gelegten Aussagen stellen die Axiome dar. Insbesondere die ersten vier Postulate stellen etwas Beobachtbares bzw. Ausführbares wie

die Konstruktion mit Zirkel und Lineal dar, die Axiomen hingegen präzisieren den Begriff „gleich“.
Unter heutigem Gesichtspunkt, wie dies auch Hilbert getan hat, würden wir die Postulate und Axiome zusammen als Axiome bezeichnen. Dennoch hat auch die Aufteilung Euklids eine gewisse Systematik, bei der die Postulate und Axiome nach ihrer Bedeutung aufgeteilt sind.

> 1. Was demselben gleich ist, ist auch einander gleich.
> 2. Wenn Gleichem Gleiches hinzugefügt wird, sind die Ganzen gleich.
> 3. Wenn von Gleichem Gleiches weggenommen wird, sind die Reste gleich.
> (Euklid, Elemente, Buch 1, Axiom 1)

Dieses Axiomensystem, bestehend aus den Postulaten und Axiomen, ist zwar bereits auf einem guten Niveau, jedoch noch nicht vollständig. Es fehlen komplett die Axiome der Anordnung und der Stetigkeit. Andere wiederum sind nicht unbedingt notwendig. Ein vollständiges Axiomensystem in dem Sinne, dass das System widerspruchsfrei ist und dass alle Aussagen innerhalb dieses Systems beweisbar sind, war nicht das ausgesprochene Ziel Euklids. Er wollte ein System angeben, mit Hilfe dessen er seine Theorie vollständig beweisen kann und das möglichst der Wahrnehmung der eben Geometrie entspricht. Dies ist ihm im Wesentlichen auch gelungen, sieht man von den Ungenauigkeiten ab.
Bereits in der Antike wird das Axiomensystem Euklids erweitert, so etwa von Proklos, der folgendes Axiom einführt, das die Eindeutigkeit in Postulat 1 impliziert:

> 9. Zwei Strecken umfassen keinen Flächenraum.
> (Euklid, Elemente, Buch 1, Axiom 9)

Statt den 14 Axiomen von Euklid führt Hilbert insgesamt 20 ein, die er in fünf Gruppen unterteilt. Sein Ziel ist aber nicht nur die Verbesserung des Axiomensystems, er versucht sich auch an Vollständigkeit und Minimalität. Vergleicht man verschiedene Auflagen der Grundlagen miteinander, so kann man feststellen, dass auch gewisse Axiome in ihrer Aussage verschärft wurden. Hilbert erbringt vor allem aber auch den Nachweis, dass seine Geometrie in der Tat widerspruchsfrei ist. Ein Beweis der Vollständigkeit fehlt dagegen.
Gödels Unvollständigkeitssätze aus dem Jahr 1931 haben letztlich aber gezeigt, dass es ein solches vollständiges und zugleich widerspruchsfreies Axiomensystem nicht geben kann, d.h. es ist lediglich möglich, ein für die jeweilige Anwendung sinnvolles und hinreichend vollständiges Axiomensystem einzuführen.

2.2.2.5 Die Konstruktion des gleichseitigen Dreiecks

Nachdem nun dieses Axiomensystem eingeführt worden ist, beginnt Euklid mit der Konstruktion eines gleichseitigen Dreiecks über einer gegeben Strecke. Wir wollen anhand dieses Beispiels darstellen, wie Euklid bei diesen Konstruktionen vorgeht. Ein ähnliches Schema findet sich auch bei anderen Propositionen.

> Proposition 1: Über einer gegebenen Strecke ein gleichseitiges Dreieck zu errichten.

> Die gegebene Strecke sei AB. Man soll über der Strecke AB ein gleichseitiges Dreieck errichten. Mit A als Mittelpunkt und AB als Abstand zeichne man den Kreis BCD (Post. 3), ebenso mit B als Mittelpunkt und BA als Abstand den Kreis ACE; ferner ziehe man vom Punkte C, in dem die Kreise einander schneiden und den Punkten A, B die Strecken CA, CB (Post. 1). Da Punkt A Mittelpunkt des Kreises CDB ist, ist $AC = AB$ (I, Def. 15); ebenso ist, da Punkt B Mittelpunkt des Kreises CAE ist, $BC = BA$. Wie oben bewiesen, ist auch $CA = AB$; also sind CA und CB beide $= AB$. Was aber demselben gleich ist, ist auch einander gleich (Ax. 1); also ist auch $CA = CB$; also sind CA, AB, BC alle drei einander gleich. Also ist das Dreieck ABC gleichseitig (I, Def. 20); und es ist über der gegebenen Strecke AB errichtet – dies hatte man ausführen sollen.
> (Euklid, Elemente, Buch 1, Proposition 1)

Die Propositionen haben bei Euklid eine klare Struktur und die einzelnen Teile innerhalb eines solchen Abschnittes haben spätestens seit Proklos folgende Bezeichnungen:

- Protasis (*πρότασις*).
- Ekthesis (*ἔκθεσις*).
- Diorismos (*διορισμός*).
- Kataskeue (*κατασκευή*).
- Apodeixis (*απόδειξις*).
- Sumperasma (*σουμπέρασμα*).

In der Protasis wird die Aussage oder das Konstruktionsproblem der Proposition in Worten beschrieben. In Proposition 1 entspricht dies „über einer gegebenen Strecke ein gleichseitiges Dreieck zu errichten“. Es ist nun umrissen, worum es geht, jedoch noch nicht in der mathematischen Sprache ausgedrückt. Dies erfolgt in den nächsten beiden Abschnitten. In der Ekthesis werden die Voraussetzungen in mathematischer Schreibweise angegeben, hier: „Die gegebene Strecke sei AB“. Im Diorismos folgt dann das Ziel des Abschnitts, die Aussage der Proposition bzw. das zu konstruierende Objekt („Man soll über der Strecke AB ein gleichseitiges Dreieck errichten“).
Nachdem nun die Ausgangslage dargestellt ist, folgt die Kataskeue, die konkrete Anweisung, die angibt, wie das gesucht Objekt konstruiert wird. Diese Konstruktion muss nicht eindeutig sein Es kann unter Umständen andere Möglichkeiten geben, das entsprechende Objekt zu erhalten. So erhält man in der ebenen Geometrie beispielsweise in Proposition 1 zwei Schnittpunkte und kann so zwei gleichseitige Dreiecke konstruieren, die sich in diesem Fall aber nur in der Lage unterscheiden. Lässt man dagegen Axiome weg, so kann man auch tatsächlich verschiedene Objekte erhalten, die weiterhin Definition 20 erfüllen.
Da a priori nicht klar ist, ob dieses Objekt auch die gewünschten Eigenschaften hat, folgt der Beweis in der Apodeixis, in der dieses sichergestellt wird. Zuletzt wird in

der Sumperasma noch einmal zusammengefasst, was gezeigt worden ist, und es folgt der formelhafte Schlußsatz „dies hatte man ausführen sollen“ bei Konstruktionen bzw. „dies hatte man beweisen sollen“. Insbesondere letzteres wirkt auch heute noch in der lateinischen Form „quod erat demonstrandum“ bzw. als Abkrzung „q.e.d.“ als Beweisschluss fort.

Die Konstruktion des gleichseitigen Dreiecks ist bekannt und auch in dieser Form Teil der heutigen Schulmathematik. Will man jedoch die Geometrie im Stile Euklids ausführen, so ergeben sich doch logische Mängel.
Die Postulate erlauben, die Kreise und die entsprechenden Strecken zu ziehen. Ebenso ist durch die Axiome abgesichert, dass das entstehende Objekt auch wirklich ein gleichseitiges Dreieck ist. Problematisch jedoch wird die Frage nach der Existenz des Schnittpunktes C bzw. nach Bedingungen, die an die Kreise um A und B gestellt werden müssen, damit es wirklich einen Schnittpunkt gibt.
Beide Aspekte werden nicht angeschnitten und auch im Axiomensystem fehlt eine entsprechende Grundlage. Die fehlenden Bedingungen an die Kreise sind noch entschuldbar, da sie in der Tat erfüllt sind. Die Summe der Radien ist nach Wahl länger als die Strecke AB und beide Kreis sind gleich groß, so dass der Fall, dass der eine Kreis komplett innerhalb des anderen liegt, nicht eintreten kann. Wenn Euklid aber die Strenge, die er an anderer Stelle ansetzt, konsequent durchhalten will, so ist ein entsprechender Kommentar an dieser Stelle eigentlich angebracht.
Anders sieht es dagegen mit der Existenz des Schnittpunktes aus. Falls wir uns im kartesischen Raum $\mathbb{R}^2$ befinden, so stellt sich das Problem nicht. Dieser Raum ist nach heutiger Sprachweise vollständig, und die Existenz eins Schnittpunktes ist gesichert. Ein großer Teil der griechischen Mathematik beschäftigt sich jedoch mit den rationalen Zahlen. Befinden wir uns nun im Raum $\mathbb{Q}^2$, der durch die Axiome Euklids nicht ausgeschlossen ist, so kann der Fall eintreten, dass der Schnittpunkt nicht mehr in $\mathbb{Q}^2$ liegt. Nehmen wir beispielsweise die Punkte $A = (0, 0)$ und $B = (1, 0)$ so ergibt sich $C = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3})$ bzw. $C = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$.
In beiden Fällen liegt also C nicht in $\mathbb{Q}^2$ und die Konstruktion misslingt mangels eines Schnittpunktes. Dieses Problem wird von Hilbert gelöst, indem er sein Axiomsystem um das Axiom der linearen Vollständigkeit erweitert hat, siehe dazu Abschnitt 2.4.4.

Auftreten können solche Lücken, indem nicht nur eine Theorie formal und axiomatisch, sondern zugleich graphisch anschaulich dargestellt werden kann. Die Konstruktionen können ausgeführt werden und wenn man das Objekt auf dem Papier konstruiert hat, so sieht man – oder glaubt zu sehen –, dass es den Schnittpunkt gibt.
Wie schon bei der Darstellung der Definitionen angesprochen, kann die Intuition in die Irre führen und dazu verleiten, Aussagen zu glauben bzw. nicht zu hinterfragen, da sie offensichtlich zu sein scheinen. Will man jedoch formal und logisch korrekt die Geometrie aufziehen, so muss man sich von dieser Intuition lösen und letztendlich die Anschauung nur noch als ein (zugegeben für die Anwendung nicht unrelevantes) Beispiel sehen.

In den überlieferten Handschriften und den modernen Ausgaben befinden sich immer Skizzen zu den Propositionen. Dies wirft die Frage auf, ob dies spätere Ergänzungen sind oder ob sie bereits von Euklid eingefügt wurden.

Abbildung 2.1: Proposition 1 der Handschrift MS d'Orville 301.

Abbildung 2.1 stellt die Abschrift von Proposition 1 in der ältesten heute noch erhaltenen Handschrift der Elemente aus dem Jahr 888 dar, die Zeichnungen enthält. Auch Fragment P. Oxy. I 29 aus Oxyrhynchus in Abbildung 2.2 aus dem zweiten Buch der Elemente, das auf etwa 100 n. Chr. datiert wird, findet sich eine Zeichnung. Auch wenn dies noch kein Nachweis für die Existenz von Zeichnungen im Original ist, so lässt das aber doch darauf schließen, dass auch der Archetypos entsprechende Zeichnungen enthalten hat und diese nicht durch antike oder mittelalterliche Abschreiber nachträglich hinzugefügt wurden.
Darüber hinaus wird vieles in der Darstellung deutlicher und nachvollziehbarer, wenn die Zeichnungen zur Verfügung stehen und auch von Euklid so konzipiert wurden. Auch die Ungenauigkeiten in der Beweisführung, die schwammigen Definitionen der Objekte Punkt, Linie und ebene Fläche oder eben auch die mangelnde Argumentation bei der Existenz des Schnittpunktes werden dann nachvollziehbar. Dies vervollständigt allerdings nicht den Beweis, denn ein Beweis durch Bild ist kein formal korrekter Beweis und kann, wie auch hier geschehen, Lücken hinterlassen.

Dies alles soll die Leistung Euklids keinesfalls in einem falschen Licht erscheinen lassen. Auch mit diesen kleineren Lücken ist es ein großer Schritt von einzelnen Beispielen und Aussagen zu einer stringent aufgezogenen Theorie. Nicht ohne Grund ist die Bedeutung Euklids durch alle Zeiten hinweg gewahrt.

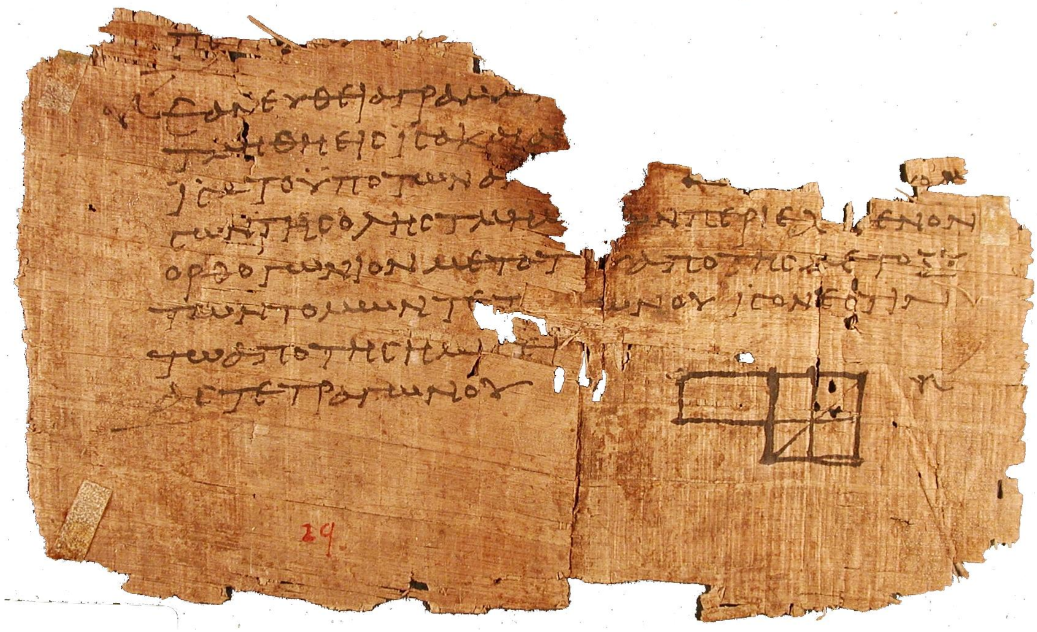


Abbildung 2.2: Fragment P. Oxy. I 29 aus Oxyrhynchus.

2.3 Die Überlieferungsgeschichte der Elemente

Die älteste vollständig erhaltene Handschrift ist die MS d'Orville 301 aus der Bodleian Bibliothek in Oxford, die aus dem Jahr 888 stammt. Außerdem gibt es einige weitere Handschriften aus dem 10., 11. und 12. Jh., die zur Textkonstitution herangezogen werden. Fragementarisch sind noch fünf Seiten aus dem 7./8. Jh. überliefert in einem Palimpsest, sowie Papryusfragmente aus Herculaneum und Oxyrhynchus, die noch in die Antike zurückreichen.
Der erste uns überlieferte Herausgeber und Editor der Elemente ist Theon von Alexandria aus dem 4. Jh. n. Chr. Von dieser Ausgabe stammt eine ganze Handschriftenlinie ab. Es gibt jedoch auch eine andere Handschriftentradition, so dass es durch Textvergleich möglich ist, die ursprüngliche Fassung zu rekonstruieren.
Die Bedeutung der Elemente wurde bereits früh erkannt. Schon in der Antike finden wir Kommentare zu den Elementen. Überliefert sind heute noch der Kommentar des Pappos sowie der des Proklos zum ersten Buch der Elemente. Anmerkungen von Proklos lassen darauf schließen, dass es noch zahlreiche weitere gegeben hat, er selbst verweist mehrere Male auf die Kommentare von Heron und Porphyrios. An-Nairzi, ein arabischer Gelehrter, rezipiert stark den Kommentar von Heron, den er noch gekannt haben muss, so dass man dessen Inhalt erahnen kann.
Da in der Spätantike das Griechische immer mehr an Bedeutung verloren hat, die Sprachfähigkeit zurückging und so viele wichtige Texte, auch die für Artes Liberales relevanten Werke, nicht mehr gelesen konnten, fertigte der Philosoph Boethius im 5. Jh. lateinische Übersetzungen griechischer Werke an. Auch die Elemente wurden übersetzt oder zumindest die ersten fünf Bücher über die ebene Geometrie, die uns erhalten sind. Im 8. und 9. Jh. entstanden die ersten Übersetzungen der Elemente vom Griechischen ins Arabische, u.a. von al-Hajjaj, Abu Ya'qub Ishaq und Thabit Qurra, die auch heute

teilweise noch in Abschriften erhalten sind. Neben weiteren Übersetzungen entstehen in der Folgezeit auch zahlreiche arabischen Kommentare.
Im Mittelalter entstehen weitere Übersetzungen vom Griechischen ins Lateinische. Überliefert sind dabei die Üwbersetzungen von Gherard von Cremona, von Athelhard und von Johannes Campanus von Novara. Auf letzterer Übersetzung basiert die erste Druckversion, die 1482 in Venedig entstanden ist, nur wenige Jahre nach Gutenbergs Erfindung des Buchdrucks. Abbildung 2.3 zeigt die erste Seite dieses Druckes. Die Erstausgabe des griechischen Textes, neu herausgegeben von Simon Grynaeus dem Älteren, wird 1533 in Basel veröffentlicht. Es folgen viele weitere Ausgaben und Kommentare, vorrangig in Latein, aber es entstehen auch vermehrt Übersetzungen in andere Sprachen, um der Bedeutung der Elemente in der schulischen Ausbildung nachzukommen.

Abbildung 2.3: Die erste Seite der Ausgabe von 1482.

2.4 David Hilbert: Die Grundlagen der Geometrie

2.4.1 Einordnung des Werkes

Im Laufe des 19. Jh. ist viel Neues in der Geometrie entstanden und dies in mehrerer Hinsicht. Neben der neuen wissenschaftlichen Ausgabe der Elemente von Heiberg aus den Jahren 1883-1888 und dem ausführlichen Kommentar und der englischen Übersetzung von Heath aus dem Jahr 1908, entwickelt sich auch die Mathematik. Nach

der jahrhundertelangen Diskussion um das Parallelenpostulat wird die nichteuklidische Geometrie entwickelt und das Gebiet der Differentialgeometrie entsteht mit Gauss und Riemann. Es entwickeln sich aber auch Bestrebungen, der Geometrie ein sicheres Fundament zu geben und von den Mängeln Euklids zu befreien, Pasch und Hilbert sind hier entscheidende Personen.
Dieses Unterfangen ist nicht nur auf die Geometrie beschränkt, wenngleich hier Hilberts Grundlagen einen prominenten Vertreter darstellen. Es gab in der gesamtem Mathematik das Ziel, das axiomatische Fundament von Grund auf zu erneuern. Cantor, Frege, Russel und Whitehead spielen hier eine Rolle, sowie natürlich Hilbert, mit dem man das nach ihm benannte Hilbertprogramm aus den 1920er Jahren verbindet. Auch viele andere Mathematiker haben ihren Teil dazu beigetragen, dass die Mathematik gerade in dieser Zeit eine groe Entwicklung vollzogen hat.
Relevant für die weitere Betrachtung dieser Arbeit ist insbesondere Hilberts Bestreben, die Mathematik und in exemplo die Geometrie auf ein möglichst vollständiges und widerspruchsfreies Fundament zu stellen.

2.4.2 Die Grundlagen der Geometrie

Wir wollen nun ein wenig auf das eigentliche Werk Hilberts eingehen, die Grundlagen der Geometrie, um daran die Unterschiede, aber auch die Gemeinsamkeiten mit Euklids Elementen zu erkennen. Wir wollen dabei den Fokus auf die Stellen legen, die eine Parallele in Abschnitt 2.2.2 haben, auch wenn dabei einige Aspekte der Grundlagen nicht in dem Maße gewürdigt werden können, wie sie es verdient hätten.

Hilberts Grundlagen der Geometrie gliedern sich im wesentlichen in vier Abschnitte:

- Kapitel I: Das Axiomensystem
- Kapitel II: Die Widerspruchslosigkeit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome
- Kapitel II-VII: Verschiedene Lehrsätze
- Anhänge

In Kapitel I wird das Axiomensystem der euklidischen Geometrie eingefhürt, „ein Versuch, für die Geometrie ein vollständiges und möglichst einfaches System von Axiomen aufzustellen", so Hilbert in seiner Einleitung. Dieses Axiomensystem stellt eine deutliche Verbesserung der Axiome der Elemente dar und verbindet so die verschiedenen früheren Ansätze.
Ein Abschnitt, den wir in den Elementen vergebens suchen, stellt das Kapitel ber die Widerspruchslosigkeit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome dar. Hier zeigt Hilbert, dass die von ihm aufgestellten Axiome sich in der Tat nicht widersprechen, aber auch, dass sie nicht voneinander abhängig sind, d.h., dass jedes Axiom notwendig ist, um die von ihm beabsichtigte Geometrie zu erhalten. Er zeigt darin auch, dass sich ohne das Parallelenaxiom eine sinnvolle Geometrie ergibt.
Seine Beweismethode ist dabei im Wesentlichen, dass er eine Geometrie angibt, in der

alle seine Axiome gelten, sich nicht widersprechen und unabhängig voneinander sind. Erst hier verwendet Hilbert eine konkrete Geometrie. Bis dahin hat er sich beim Aufbau seines Axiomensystems auf abstrake Geometrien beschränkt. Dies unterscheidet ihn von Euklid, der gedanklich sich von Anfang in der intuitiven ebenen Geometrie befindet.
In den weiteren Kapiteln werden verschiedene Sätze aus dem Axiomensystem hergeleitet, darunter etwa die Sätze von Pascal und von Desargues. Dabei wird allerdings nicht nur der Beweis als solches vorgeführt, sondern auch die Notwendigkeit der verschiedenen Axiome, die zum Beweis notwendig sind. Es wird also gezeigt, welche Axiome in einer Geometrie erfüllt sein müssen, damit diese Sätze gelten.
Im letzten Kapitel werden verschiedene Konstruktionen diskutiert, die mit Lineal und Eichmaß, d.h. mit einer Möglichkeit Längen abzumessen, machbar sind, ein Thema, das verwandt ist mit den Konstruktionen mit Zirkel und Lineal aus der Algebra. Auch hier wird die Konstruierbarkeit auf die Lösbarkeit von bestimmten Gleichungen zurückgefhrt. Außerdem werden aber auch konkrete Konstruktionen angegeben.
In den Anhängen, die das Werk abschließen und die den weiteren Auflagen hinzugefügt sind, werden weitere Aspekte beleuchtet, die im Hauptteil unerwähnt oder zu kurz geblieben sind. Diese Anhänge, die schon in frühen Auflagen mehr als die Hälfte des eigentlichen Buches ausmachen – in der dritten Auflage besteht der Haupttext aus 120 Seiten, die Anhänge dagegen aus 159 –, haben verschiedenen Ursprung, größtenteils entstammen sie aus Arbeiten, die Hilbert nach den Grundlagen veröffentlicht hat. Darunter ist auch in Anhang I ein an Klein gerichteter Brief, der die Frage erörtert, ob die gerade Linie wirklich die kürzeste Verbindung zweier Punkte darstellt.

2.4.3 Übersicht über die Axiome

Wir wollen nun das Axiomensystem in Kapitel I der Grundlagen darstellen, im nächsten Abschnitt dann die Einführung der Objekte der euklidischen Geometrie und das Axiom der linearen Vollständigkeit genauer betrachten.
Das Axiomensystem selbst ist unterteilt in fünf Gruppen:

- Axiome der Verknüpfung
- Axiome der Anordnung
- Axiome der Kongruenz
- Axiom der Parallelen
- Axiome der Stetigkeit

Jeder Abschnitt führt die zu seinem Gebiet notwendigen Axiome ein. Eingeflochten in die Einführung der Axiome sind Abschnitte, in denen Aussagen bewiesen werden, die direkt mit den Axiomen zu tun haben und die teilweise äquivalente Axiome darstellen, wie etwa die Kongruenzsätze bei Dreiecken. Diese finden sich auch in den Elementen, nämlich in den Propositionen 7, 8 und 22. Aber auch hier zeigt sich, dass das Axiomensystem Euklids Lücken hat, denn um die Kongruenz zu zeigen, muss wenigstens einer der Kongruenzsätze als wahr vorausgesetzt werden. Es genügt nämlich nicht

anzunehmen, dass es für die Dreiecke Konstruktionsvorschriften gibt.
Einige Axiome finden sich bereits bei Euklid. Sie sind teilweise ergänzt, reduziert und modifiziert, um das System zu optimieren, aber der wesentliche Charakter der Axiome bleibt erhalten, so etwa Axiom I.1:

> Zwei voneinander verschiedene Punkte A, B bestimmen stets eine Gerade a.
> (Hilbert, Grundlagen der Geometrie, 2)

Dies entspricht der Möglichkeit, zwei Punkte mit einer gerade Linie zu verbinden, also Postulat 1 des ersten Buches bei Euklid. Auch Axiom IV, das Hilbert auch Euklidisches Axiom nennt, hat seinen Ursprung in den Elementen, nämlich in Postulat 5, dem Parallelenpostulat.
Dagegen fehlen die Axiomengruppen II, III und V gänzlich in den Elementen. Diese formalisieren, was Euklid noch intuitiv für wahr genommen hat, ohne die aber die Charakterisierung der Objekte unvollständig ist und ohne die, wie in Proposition 1 der Elemente, logische Mängel auftreten.
Mit Hilfe dieses Axiomensystems sind auch die Objekte Punkte, Geraden und Ebenen eindeutig charakterisiert. Umgekehrt erfüllen aber auch die Punkte, Geraden und Ebenen der intuitiven ebenen Geometrie diese Axiome.

2.4.4 Ausgewählte Textstellen

An zwei ausgewählten Textstellen wollen wir nun die Axiome der Grundlagen eingehender untersuchen, die uns bereits in Abschnitt 2.2.2 beschäftigt haben, nämlich die Einführung der Objekte der Geometrie und das Axiom der linearen Vollständigkeit, welches uns die Existenz des Schnittpunktes in Proposition 1 der Elemente liefert.

Nach einer kurzen Einleitung beginnt Hilbert damit, die Objekte der ebenen Geometrie einzuführen, also die Punkte, Geraden und Ebenen.

> I. Punkte, Geraden, Ebenen
> Erklärung: Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des ersten Systems nennen wir Punkte und bezeichnen sie mit A, B, C, . . . ; die Dinge des zweiten Systems nennen wir Geraden und bezeichnen sie mit a, b, c, . . . ; die Dinge des dritten Systems nennen wir Ebenen und bezeichnen sie mit $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$; die Punkte heißen auch Elemente der linearen Geometrie, die Punkte und Gerade heißen die Elemente der ebenen Geometrie, und die Punkte, Geraden, und Ebenen heißen die Elemente der räumlichen Geometrie oder des Raumes. Wir denken die Punkte, Geraden, Ebenen in gewissen gegenseitigen Beziehungen und bezeichnen diese Beziehungen durch Worte wie „liegen“, „zwischen“, „kongruent“, „parallel“, „stetig“; die genaue und für mathematische Zwecke vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die Axiome der Geometrie.
> (Hilbert, Grundlagen der Geometrie, 1)

Wir erkennen sofort einen großen Unterschied zu Abschnitt 2.2.2.2: Hilbert vermeidet es, Punkte, Gerade und Ebenen direkt zu definieren. Anders als etwa Euklid, der dies

versucht hat und letztlich daran gescheitert ist, weil seine Definitionen die Objekte nur schwammig umschreiben.
Hilbert dagegen versucht eine abstrakte Geometrie anzugeben, die in ihren Eigenschaften der intuitiven ebenen Geometrie entspricht, jedoch nicht auf diese beschränkt ist. Die Objekte werden nicht durch diese Definitionen charakterisiert, sondern durch die nun folgenden Axiome. Er verwendet zwar die Begriffe „Punkte", „Geraden" und „Ebenen" (auch in der gewohnten Weise auch beim Aufstellen seiner Axiome), allerdings spielt der Name dabei an und für sich keine Rolle, denn sie stehen nur für abstrakte Objekte. Hilbert wird die Aussage zugeschrieben, dass man stattdessen auch die Begriffe „Stühle", „Tische" und „Bierseidel" verwenden kann und man immer noch die gleiche Geometrie erhält.
Hilfsmittel wie der Dimensionsbegriff sind für Hilbert nicht notwendig. Seine Objekte sind bereits eindeutig durch die Eigenschaften charakterisiert, die in den Axiomen eingeführt werden. Auf diese Variante kann Euklid nicht zurückgreifen, da sein Axiomensystem darauf nicht ausgelegt ist und gerade die Axiome, die im Besonderen für diese Charakterisierung zuständig sind, fehlen. Sie fehlen auch, da diese intuitiv, wie an einigen anderen Problemstellen beobachtbar, für wahr angenommen werden, ohne dass sie aber wahr sein mssen.

Am Ende von Kapitel I folgt der Abschnitt über die Axiome der Stetigkeit, darunter auch das der linearen Vollständigkeit der Geometrie. Letzteres ist nicht zu verwechseln mit der Vollständigkeit des Axiomensystems.

> V2 (Axiom der linearen Vollständigkeit).
> Das System der Punkte einer Gerade mit seinen Anordnungs- und Kongruenzbeziehungen ist keiner solchen Erweiterung fähig, bei welcher den vorigen Elementen bestehenden Beziehungen sowie auch die aus den Axiomen I-III folgenden Grundeigenschaften der linearen Anordnung und Kongruenz, und V1 erhalten bleiben.
> (Hilbert, Grundlagen der Geometrie, 8)

Dieses Axiom schließlich sorgt nun dafür, dass der Fall $\mathbb{Q}^2$ in Proposition nicht eintreten kann und dass die Existenz des Schnittpunktes gesichert ist.
Man kann nachprüfen – diesen Weg wählt Hilbert im Abschnitt über die Widerspruchsfreiheit –, dass im kartesischen Raum $\mathbb{R}^2$ alle Axiome erfüllt sind und damit in der Tat eine Geometrie im Sinne der Grundlagen darstellt. Befänden wir uns also im Raum $\mathbb{Q}^2$, so hätten wir eine Erweiterung, nämlich $\mathbb{R}^2$, in der alle Axiome erüfllt sind und dies widerspricht Axiom V2. Damit wäre das große Problem von Proposition 1 durch die Erweiterung des Axiomensystems gelöst.
Das Kapitel schließt mit der Bemerkung, die diesen Gedanken aufnimmt, dass „unsere Geometrie sich als identisch mit der Cartesischen Geometrie erweist". Die Axiome sind also in der Tat in einer solchen Weise sinnvoll zusammengestellt, dass die abstrakt konstruierte Geometrie mit der intuitiv wahrnehmbaren übereinstimmt.

2.5 Literaturverzeichnis

[1] B. Artmann: Euclid – The creation of mathematics. Heidelberg u.a., 1999.

[2] G. Friedlein (Hrsg.): Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum comentarii, Leipzig, 1873.

[3] T.L. Heath: The thirteen books of Euclid's Elements, volume I, Cambridge, 1908.

[4] D. Hilbert: Grundlagen der Geometrie, Stuttgart, 1962.

[5] D. Hilbert: Grundlagen der Geometrie, Stuttgart, 1909.

[6] E.S. Stamatis und I.L. Heiberg (Hrsgg.): Euclidis Elementa, vol. I, Libri I-IV cum appendicibus, Leipzig, 1969.

[7] C. Thaer (Hrsg.): Euklid: Die Elemente. Darmstadt, 1991.

„Die Emanzipation der Dissonanz“ – Die Methode des Komponierens mit zwölf nur aufeinander bezogenen Tönen

REBECCA KLEIN

„Ich bin ein Konservativer, ich erhalte den Fortschritt.“

Arnold Schönberg

Zwölftontechnik (Dodekaphonie)

Die Zwölftonmusik ist eine Form der Atonalität. Sie basiert auf der chronischen Tonleiter und ihre Harmonik und Melodik ist nicht auf ein tonales Zentrum bzw. einen Grundton fixiert. Jeder Ton führt ein eigenberechtigtes Dasein. Konsonanz (Wohl- oder Zusammenklang) und Dissonanz (Zusammenklang von Tönen, der als Missklang empfunden wird) werden gleichberechtigt verwendet („Emanzipation der Dissonanz“).

Wichtige Vertreter der Zwölftontechnik sind Josef Matthias Hauer, Jef Golyscheff und Arnold Schönberg. Die Zwölftontechnik entstand nach einer Periode der freien Atonalität, als wieder ein Bedürfnis nach neuen strengen Bindungen, Ordnungen und Gesetzen entstand. Die Zwölftontechnik ist also nichts willkürliches und man sagt deshalb, dass sie als wirkliches Gesetz der Musik nicht erfunden wurde, sondern *gefunden*.

Zur Geschichte der Zwölftontechnik

Die greifbaren Anfänge der Zwölftontechnik fallen in die Jahre von 1919 bis 1924. Es gab jedoch sehr viel Streit um ihre musiktechnische „Erfindung“. Josef Matthias Hauer, Jef Golyscheff, Herbert Eimert und andere hatten sich schon unabhängig voneinander und von Arnold Schönberg mit der Zwölftonmusik befasst, bevor Schönberg an die Öffentlichkeit trat. Hinsichtlich der Drucklegung muss Hauer (1920) als der erste Zwölftonpublizist angesehen werden. Allerdings war es Schönberg, durch den die Zwölftontechnik ihr Ansehen erlangte.

Schönberg bemühte sich seit 1914/15 um eine neue „Einheit und Ordnung“ in der Musik. Seine die weitere Entwicklung der Zwölftontechnik tragende Idee bestand im Festhalten an einer einzigen *Reihe*, der Zwölftonreihe. Erst diese Reihentechnik hat diese neue zwölftönige „Tonalitt“ begründet, die 1940 von Ernst Krenek noch entschieden weitergebracht wurde. Er hat zum ersten Mal grundlegende Regeln für die Bildung einer solchen Reihe theoretisch formuliert.

Bis zum Zweiten Weltkrieg war die Zwölftonmusik relativ unbekannt. Nach den Jahren der Zerstörung erschien sie allerdings vielen als aussichtsreiche Möglichkeit. Auch der deutsche Philosoph Theodor W. Adorno hat die Zwölftontechnik musikästhetisch und geschichtsphilosophisch untermauert. Er sah die Zwölftontechnik als die progressive Antwort auf die in seinen Augen reaktionär gewordene Tonalität.

Arnold Schönberg

Arnold Schönberg war ein österreichischer Komponist, Musiktheoretiker, Dozent, Maler, Dichter und Erfinder jüdischer Herkunft. Er wurde am 13. September 1874 in Wien geboren und starb am 13. Juli 1951 in Los Angeles.

Schon mit neun Jahren war er Violinist und kompositorischer Autodidakt. Er gab schon als Kind sehr viel Geld für Opernbesuche aus und trotz mehrmonatigen Kompositionsunterrichts lernte er das Meiste durch das Eigenstudium der Werke großer Komponisten. Bis 1892 waren seine Kompositionen „Imitationen solcher Musik, die [ihm] zugänglich war“ [6]. Dann erreichte das Lexikon, das seine Familie auf Raten kaufte, den langersehnten Buchstaben *S*, sodass er unter *Sonate* erfahren konnte, wie der erste Satz eines Streichquartetts aufgebaut sein sollte.

Abbildung 3.1: A. Schönberg [6]

Um 1920 begründete Schönberg die Zwölftontechnik, von der er „glaubte, mit ihr eine Entdeckung gemacht zu haben, durch die er »der deutschen Musik die Vorherrschaft für die nächsten hundert Jahre« sichern könnte, wie er 1921 seinem Schüler Josef Rufer verkündete.“ [10]. Durch die Zwölftontechnik sah sich Schönberg in die Lage versetzt, seinen Werken eine innere Struktur geben zu können. Fr ihn war sie eine persönliche Lösung für ein persönliches Problem. Deshalb lehrte er die Zwölftontechnik nicht und äußerte sich auch sonst selten darüber. Sie wurde jedoch von seinen Schülern enthusiastisch aufgegriffen, die sie sich durch Analyse seiner Werke erschlossen.

1933 verliert Schönberg im nationalsozialistischen Deutschland seine Stelle an der Preußischen Akademie. Nachdem er zuvor in seiner Jugend zum protestantischen Glauben konvertiert war, konvertierte er formell wieder zum jüdischen Glauben und emigrierte schließlich in die USA.

Von 1948 bis 1950 gab es eine Kontroverse zwischen Schönberg und Thomas Mann.

Schönberg entzürnte sich darüber, dass die im Roman *Doktor Faustus* angesprochene Kompositionstechnik auf seiner „Methode der Komposition mit zwölf Tönen“ beruht. Im Verlauf der Kontroverse wurde auch Theodor W. Adorno angegriffen, der Thomas Mann beratend zur Seite gestanden hatte.

Komposition mit zwölf Tönen

Bei der Zwölftontechnik geht man von den Tönen der chromatischen Tonleiter aus.

Abbildung 3.2: Chromatische Tonleiter

Aus den einzelnen Tönen der chromatischen Tonleiter wird eine Zwölftonreihe, die Grundreihe, erstellt, die für jede Komposition neu erfunden wird.

Beim Erstellen einer Zwölftonreihe soll jede Tonfolge vermieden werden, die die Vorstellung eines tonalen Zentrums hervorrufen könnte. Dies kann durch einige Regeln verhindert werden:

- Jeder Ton wird nur einmal verwendet: Es gibt 12!=497 001 600 melodische Kombinationsmöglichkeiten.
- gleich große Intervalle höchstens zweimal hintereinander
- Quart- und Quintenschritte nur einmal
- Wechsel von kleinen und größeren Tonschritten

Zu einer Grundreihe gehören vier Erscheinungsformen, die vier Modi. Die Reihe kann in ihrer Grundgestalt, der Umkehrung, im Krebs und im Krebs der Umkehrung bzw. der Umkehrung des Krebses verwendet werden.

Die vier Grundmodi an einem Beispiel

- Grundgestalt

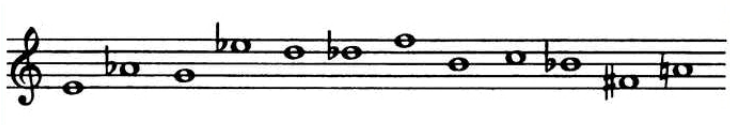


Abbildung 3.3: Grundgestalt [2]

- Krebs

Abbildung 3.4: Krebs – Vertikale Spiegelung der Grundgestalt [2]

- Umkehrung

Abbildung 3.5: Umkehrung – Horizontale Spiegelung der Grundgestalt [2]

- Krebs der Umkehrung bzw. Umkehrung des Krebses

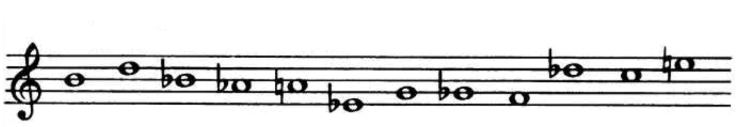


Abbildung 3.6: Krebs der Umkehrung – Hintereinanderausführung von Krebs und Umkehrung [2]

Transpositionen

Jede der vier Erscheinungsformen der Zwölftonreihe darf auf alle übrigen 11 Stufen der chromatischen Tonleiter transponiert werden, sodass sich insgesamt $4 \cdot 12 = 48$ Modi ergeben. Jeder Ton kann in beliebiger Oktavlage erscheinen und unmittelbare Tonrepetitionen sind gestattet.

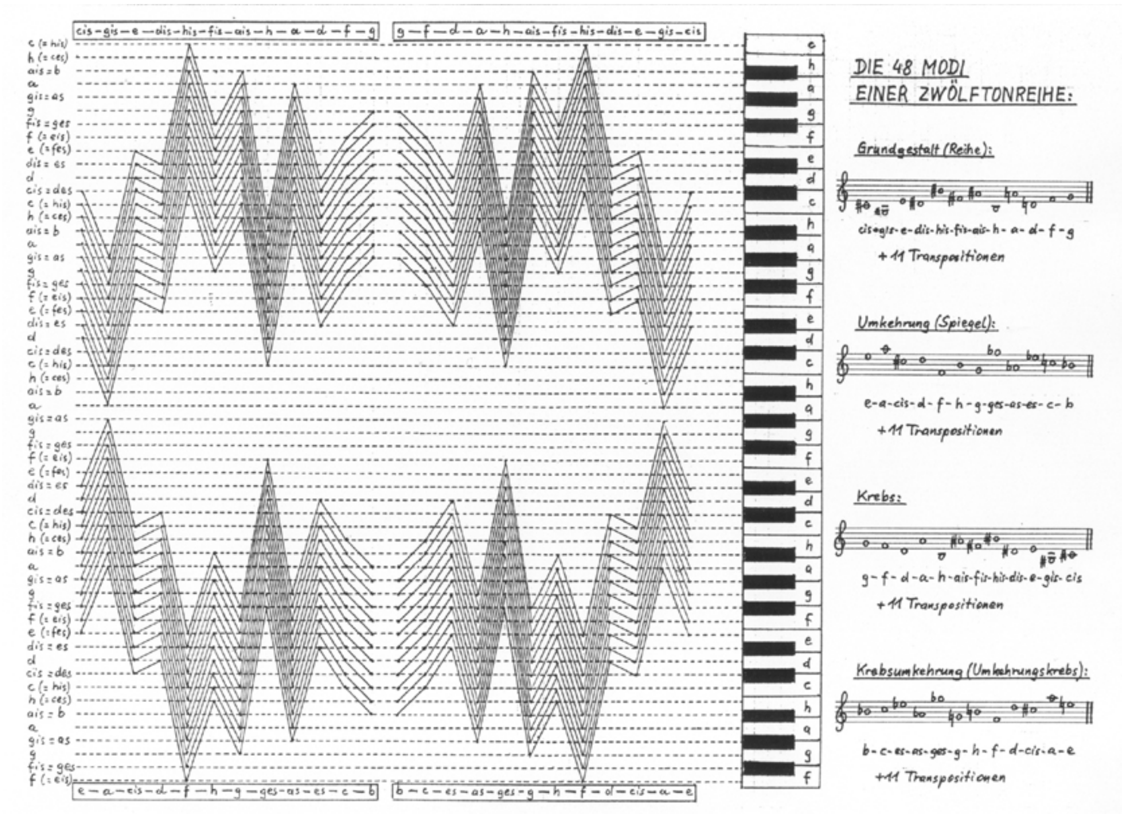
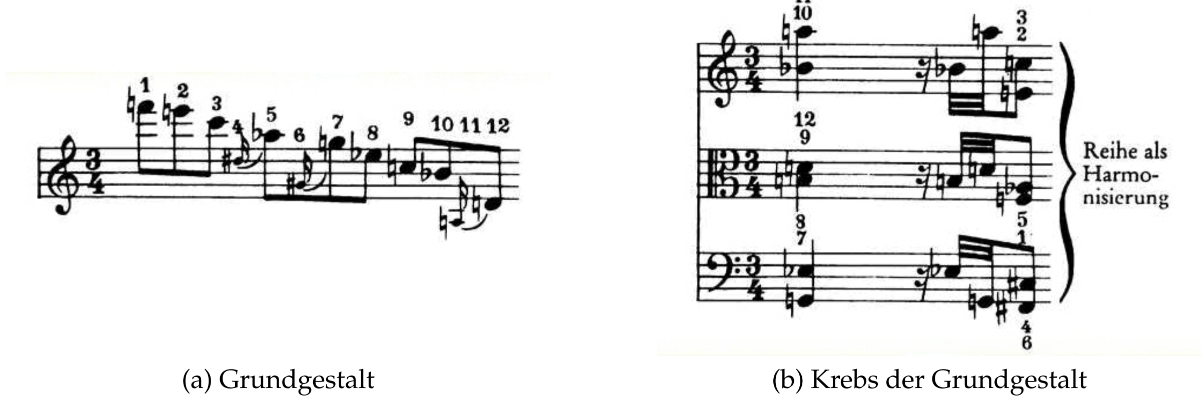


Abbildung 3.7: Transpositionen der vier Grundmodi [11]

Akkorde

Jede Zwölftonreihe kann horizontal oder vertikal verwendet werden. Das heißt, dass sie nicht nur in aufeinander folgenden einzelnen Noten auftreten kann, sondern auch als Akkord.



(a) Grundgestalt

(b) Krebs der Grundgestalt

Abbildung 3.8: Reihe als Harmonisierung

Rhythmus

Die rhythmische Ordnung wird durch die Grundreihe nicht festgelegt, sie ist unbegrenzt und frei.

Abbildung 3.9: Verschiedene Rhythmen einer Zwölftonreihe [2]

Permutationen

Die Reihenfolge der Elemente einer Zwölftonreihe können durch Permutationen verändert werden. Dies kann durch Paarvertauschungen, Rotationen, etc. geschehen. Dabei können die Permutationsimpulse wieder in die Ausgangsgestalt münden (geschlossene Permutation) oder direkt vorher enden (offene Permutation). Bei der Rotation kann eine vollständige Zwölftonreihe rotiert werden (große Abwandlung) oder auch nur einzelne Reihenabschnitte (kleine Abwandlung).

Allintervallreihen

Allintervallreihen sind ein Spezialfall der Zwölftonreihen. Nicht nur jeder Ton wird nur einmal verwendet, sondern auch jedes Intervall nur einmal. Es gibt 3 856 Allintervallreihen, das sind 0,0008% der Zwölftonreihen.

Komponieren mit der Zwölftontechnik

Mit der Grundreihe kann nun ein komplettes Stück komponiert werden, indem die Modi in rhytmischen Variationen und Permutationen aufeinander folgen.

Zwölftonmusik im Film

Die Zwölftontechnik findet auch Verwendung in der Filmmusik. Bekannte Beispiele sind die Filme „Planet der Affen“ von Franklin J. Schaffner oder der Horror-Klassiker „Die Vögel“ von Alfred Hitchcock.

Ausnahmen in der Zwölftontechnik

Die Zwölftontechnik ist nicht streng angewandt worden und immer mehr Ausnahmen wurden zugelassen. Mit der Zwölftontechnik ist auch tonal komponiert worden, sie erlaubt also eine individuelle Anwendung. Schönberg hat seine Regeln selbst gebrochen, denn es ging ihm nicht um die strikte Anwendung des Kompositionsprinzips, sondern um eine musikalische Ausdrucksform. So sollte zum Beispiel Schönbergs Schwiegersohn den Klavierauszug des Violinkonzerts op. 36 erstellen. Mehrmals wies er Schönberg in Briefen auf Fehler in der Zwölftonreihe hin. Kurz vor dem Druck antwortete Schönberg mit eine Postkarte: „Na und, wenn schon!?“ [9]

Literaturverzeichnis

1. Herbert Eimert: Lehrbuch der Zwölftontechnik; 5. Auflage, 1962; Breitkopf & Härtel Verlag, Wiesbaden

2. Ullstein Multimedia: Lexikon der Musik 3

3. Herrmann Grabner: Allgemeine Musiklehre; 24. Auflage, 2001; Brenreiter Verlag

4. Mayers Handbuch über die Musik

5. `http://www.musiker.at/sengstschmidjohann/stichwort-zwoelftonreihe.php3` (Rev. 23.02.2010)

6. `http://www.schoenberg.at` (Rev. 26.02.2010)

7. `http://twelvetone.de` (Rev. 23.02.2010)

8. `http://www.aeiou.at/musikkolleg/schoenberg/sb-entwi.htm` (Rev. 23.02.2010)

9. `http://www.hr-online.de/website/rubriken/kultur/index.jsp` (Rev. 26.02.2010)

10. `http://joern.free.de/lyrik/2006/10/arnold-Schnberg-und-die-vorherrschaft.html`
    (Verweis auf Josef Rufer: Das Werk Arnold Schönbergs. Kassel 1959, p. 26) (Rev. 04.06.2010)

11. `http://www.klangreihenmusik.at/skriptum-48-modi-01kl.php3` (Rev. 27.02.2010)

Null und Nichtig – Eine kleine Geschichte der Zahl 0

Silvia Becher

> „Wichtig bei der Null ist die Tatsache, dass wir sie im Alltag nicht brauchen. Niemand geht auf den Markt, um null Fische zu kaufen. Die Null ist in gewisser Weise die zivilisierteste aller Kardinalzahlen, und nur die ausgeklügelten Formen des Denkens zwingen uns, sie zu verwenden."
>
> Alfred North Whitehead

4.1 Einleitung

Im obigen Zitat ist angesprochen, dass die Zahl Null keine Verwendung im Alltag findet: Das Fehlen von Etwas wird nicht mit der Zahl Null ausgedrückt. So wird mit der 1 und nicht mit der 0 beim Zählen begonnen. Zumindest ist dies in unserer Kultur so. Bei den Maya in Mittelamerika fängt man ganz selbstverständlich mit der Null an zu zählen, auch haben die Maya in der Kalenderrechnung einen nullten Tag, sowie das Jahr „Null" vgl. [Seife, S. 14, 24]. In unserer Zeitrechnung hingegen folgt auf den 31.12. im Jahre 1 v. Chr. der Tag 01.01. 1 n. Chr.
Der nachfolgende Text stellt einen kleinen Abriss über die verschiedenen Stationen der Null zwischen Babylon und Pisa dar.

4.2 Der Weg der Null durch verschiedene Kulturen

4.2.1 Babylonier

Die Null trat erstmals bei den Babyloniern auf, die als Zahlensysteme in Positionssystem zur Basis 60 hatten. Im Gegensatz zu dem griechischen Additionssystem, bei dem es für jede neue „Stufe" ein neues Zeichen gab (siehe Abbildung 4.1), verwendeten die Babylonier nur zwei verschiedene Zeichen: Einen Keil für die Eins und einen Doppelkeil für die Zehn (siehe Abbildung 4.2). Liegt darin der Grund für die Einführung der Null als Ziffer?

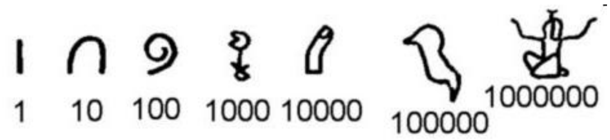


Abbildung 4.1: Griechische Zahlendarstellung

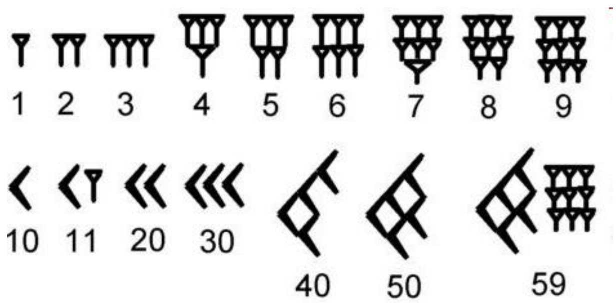


Abbildung 4.2: Babylonische Zahlendarstellung

Das Zahlsystem der Babylonier – wie auch das unsere – ist mit einem Abakus vergleichbar. Das ist ein Rechenhilfsmittel, das nicht nur die Babylonier sondern auch viele andere Länder verwendeten: Er heißt in Japan Soroban, in Russland Schoty und in der Türkei Coulba. Der Abakus besteht aus Steinchen oder Perlen, die auf Stäben eingefädelt sind und beim Rechnen verschoben werden. Zur Zahldarstellung haben die Steinchen auf unterschiedlichen Stäben unterschiedliche Werte und jedem Steinchen kann ein Wert durch seine Position zugeordnet werden. Beim Aufschreiben der Zahlen kam es zu dem Problem, dass man nur aus dem Zusammenhang den Wert von einem Keil erschließen konnte. Steht er für 1 oder 60 oder 3600? Ebenso war es problematisch die Zahlen 61 und 3601 und 3660 in babylonischer Darstellung zu unterscheiden, da alle drei Zahlen durch zwei Keile dargestellt wurden. Der Unterschied bei diesen Zahlen liegt in der Position der Keile. Bei der ersten Zahl steht einer der Keile an der zweiten und der andere an der ersten Position, im Unterschied dazu steht der eine Keil der zweiten Zahl an dritter Position und der zweite an erster Position, wohingegen die Keile bei der dritten Zahl so zu interpretieren sind, dass der erste Keil an dritter Position und der zweite an der zweiten Position steht.Weiter war es nicht eindeutig, wenn eine Lücke zwischen zwei Keilen vorhanden war, ob diese nun eine oder zwei unbesetzte Stellen im Positionssystem darstellte. Ohne ein Zeichen für genau eine leere Spalte im Abakus, damit man die Positionen der Keile eindeutig erkennen konnte, kam es zu Ungenauigkeiten. Dieses Problem führte auch zu Streit und Betrug, gelöst wurde es 600 v. Chr. durch zwei schräggestellte Keile als inneres Lückenzeichen. Damit hatten die Babylonier die Null eingeführt, jedoch nicht als Zahl sondern nur als Platzhalter. Sie war lediglich eine Ziffer, ohne eigenen Wert vgl. [Seife, S. 18-22], [Wuing, S. 128-130].

4.2.2 Griechen

Der zentrale Grundsatz in der Philosophie der Pythagoreer war: Alles ist Zahl. Das bedeutet, dass alles durch ganze Zahlen und ihre Proportionen ausgedrückt werden konnte. Auch der Kosmos war von Verhältnissen und Formen beherrscht. Pythagoras glaubte, dass sich die Erde im Zentrum des Kosmos befände und, dass die Planeten auf verschiedenen Sphären um sie kreisten, durch die Planetenbewegung würden harmonische Klänge erzeugt. Da die Sphärenradien in einem schönen Zahlenverhältnis zueinander standen. Ein weiteres Prinzip der griechischen Lehre war die Dualität von Zahlen und geometrischen Figuren. Diese ist bis heute in unserem Sprachgebrauch erhalten, wie man z.B am Wort „Quadratzahlen“ erkennt: Ist x nämlich eine Quadratzahl, so lassen sich x – viele Steine als Quadrat (aus)legen. Die Multiplikation zweier Zahlen interpretierten die Griechen als das Zusammenfügen zweier Strecken zu einem Rechteck; dessen Fläche als Produkt galt. Daran sieht man, dass die Null in der griechischen Denkweise keinen Sinn ergab. Ein Rechteck mit der Länge 3 und der Breite 2 konnte man sich ohne Probleme vorstellen. Wie aber sollte man sich ein Rechteck mit der Länge oder Breite 0 vorstellen?
Die Null kam jedoch über die Astronomie nach Griechenland. Die Babylonier waren Meister auf diesem Gebiet, sie konnten sogar Mond- und Sonnenfinsternisse vorhersagen. Die Griechen lernten von den Babyloniern und übernahmen dabei auch deren Zahlensystem. Die Babylonier unterteilten die Stunden in 60 Minuten und die Minute in 60 Sekunden. Das ist noch heute ein Hinweis auf ihr Sexagesimalsystem. In astronomischen Tabellen der Griechen und auch bei ihren astronomischen Rechnungen tauchte die Null auf. Die Ergebnisse der Rechnungen wurden jedoch immer in das griechische Zahlensystem (ohne 0) übertragen.
Dass die Griechen die Null nicht akzeptierten, war kein Mangel an Wissen, vielmehr widersprach sie „den wesentlichen philosophischen Überzeugungen in Europa“ [Seife, S. 48], denn sie beinhaltete zwei Vorstellungen, die jenen Lehren gefährlich werden konnten: die Leere und das Unendliche.
Es blieb bei der Ablehnung der Null, da weitere Philosophen, darunter Aristoteles, diese Lehren zwar veränderten, aber ebenfalls das Leere und das Unendliche ausschlossen vgl. [Seife, S. 33-48].

4.2.3 Der Osten und die Null

Ein berühmter Verfechter der Lehre von Aristoteles war Alexander der Große. Bei seinen Feldzügen zog er mit seinen Truppen von Babylonien Richtung Osten und kam bis nach Indien. Dadurch lernten die Inder das Zahlensystem der Babylonier inklusive Null kennen. Die aristotelische Lehre konnte sich in Indien nicht durchsetzen. Dies hing mit dem dort sehr verbreiteten Hinduismus zusammen. Dieser ist „von der Symbolik der Dualität durchdrungen“ [Seife, S. 76], so ist zum Beispiel die Erschaffung eng mit der Zerstörung verknüpft. Der Gott Shiva symbolisiert – durch seine Trommeln in der einen Hand – die Schöpfung und zugleich – durch die Flammen in der anderen Hand – die Zerstörung. Obendrein repräsentiert dieser Gott das Nichts oder die Leere: Er ist die „äußerste Leere, das höchste Nichts – die verkörperte Unbelebtheit“ [Seife, S. 76].

Abbildung 4.3: Shiva

Der Hinduismus legt ein Weltbild zu Grunde, in dem unsere Welt einerseits unendlich ausgedehnt ist, es außerhalb ihrer andererseits aber weitere Welten gibt. Entstanden ist die Welt aus dem Nichts, und dieses wiederzuerlangen war und ist das größte Ziel für einen Hindu. Im Hinduismus wird an die Reinkarnation des Atman („Seele“) geglaubt: Soweit dieser nicht mehr an Fleisch gebunden ist, ist er befreit von der Wanderung von Tod zu Tod. Dies ist der höchste Zustand, den er erreichen kann.
Bei dieser Religion bestehen keine Akzeptanzprobleme der Leere und der Unendlichkeit und damit auch keine gegenüber der Null. vgl. [Seife, S. 75-83].

4.2.4 Die Null kommt wieder nach Europa

Um 700 breitete sich der Islam aus. Die Muslime nahmen die Kenntnisse der unterworfenen Völker sehr schnell auf und lernten auf diese Weise wohl die Null bei den Indern kennen.
Da die eroberten Gebiete im Westen immer noch von der Lehre des Aristoteles stark geprägt waren, gab es weiterhin Probleme bei der Verbreitung der Null.
Die Kaufleute erkannten jedoch den Nutzen der Null recht schnell. So war es dann auch ein Sohn eines italienischen Kaufmannes, Leonardo von Pisa, der, nachdem er bei seiner Reise nach Nordafrika die Mathematik der Muslime und damit auch die Null kennengelernt hatte, durch sein Buch „Liber Abaci“ die Null in Europa einführte. vgl. [Seife, S. 83-94].

4.3 Literaturverzeichnis

[Seife] SEIFE, CHARLES (2002): Zwilling der Unendlichkeit; Eine Biographie der Zahl Null, München

[Wuing] WUING, HANS(2002): 6000 Jahre Mathematik; Eine kulturgeschichtliche Zeitreise: 1 Von den Anfängen bis Leibniz und Newton, Berlin

4.4 Abbildungsverzeichnis:

[Abb. 4.1] `http://www.wissenschaft-online.de/artikel/893496` (22.6.2010)
[Abb. 4.2] `http://www.wissenschaft-online.de/artikel/893496` (22.6.2010)
[Abb. 4.3] `http://www.flickr.com/photos/ramakrishnan/412768014/` (22.6.2010)

4.5 Weiterführende Literatur:

- ROTMAN, BRIAN (2000): Die Null und das Nichts, Berlin
- Spektrum der Wissenschaft Spezial 2/06. Ethnomathematik
- `http://www.youtube.com/watch?v=6m6s-ulE6LY&feature=related` (22.6.2010)

4.6 Null und Eins – ein Sketch

Eines Tages in Rom auf dem Kolosseum
`Null:` Ich werde springen.

Polizeirevier
`Polizist A:` Leute, es sieht so aus, als hätten wir ein Problem,. . . ein Matheproblem!

`Polizist B:` Was sollen wir tun? Oh mein Gott, was sollen wir tun?

`Polizist A:` Ich weiß was zu tun ist: Schickt Nummer Eins!

Kolosseum
`Eins:` Also Junge, was ist das Problem?

`Null:` Du weit gar nicht, wie es ist, ich zu sein. Ich bin ein Nobody, ein Nichts. Wann auch immer ich versuche, mich zu einer Gruppe zu addieren, lassen sie mich einfach zurück. Und wann immer ich versuche mich an jemanden anzulehnen, verschwindet er einfach.
Ich habe null Freunde, nur Nullen auf meinem Bankkonto und null Gründe zu leben.

`Eins:` Oh man. Ich habe schon eine Menge verrückter Typen gesehen, aber du schießt den Vogel ab.

`Null:` Ich bin noch nicht mal wirklich eine Nummer. Ich bin ein Platzhalter. Versuch das mal auf deinem Lebenslauf. Hallo mein Name ist Null ich bin ein Platzhalter. Ich weiß noch nicht mal, wofür ich gut bin. Vielleicht existiere ich noch nicht einmal.

`Eins:` Nun ja, technisch gesehen existierst du nicht.

`Null:` Siehst du, was ich meine? Ich bin durch damit, nicht zu existieren, ich werde mich umbringen.

`Eins:` Halt warte mal, Null. Zuallererst du bist kein Niemand. Du bist nur die – nur die Abwesenheit von Jemand und das ist nichts, wofür man sich schämen muss. Du denkst, dir geht's schlecht? Manche Nummern sind negativ, andere sind irrational, manche Nummern sind total langweilig. Aber du, du bedeutest etwas, frag irgendjemanden:
Null ist das Loch im Bagel.
Im Tennis wird die Null „love“ genannt.
Ohne die Null hätte sich die x-Achse niemals mit der y-Achse gekreuzt. Und vor allen Dingen: Ohne die Null würde es kein Dezimalkomma geben.

`Null:` Du meinst. . .

`Eins:` Ja, ohne dich, Null, wäre das Leben punktlos.

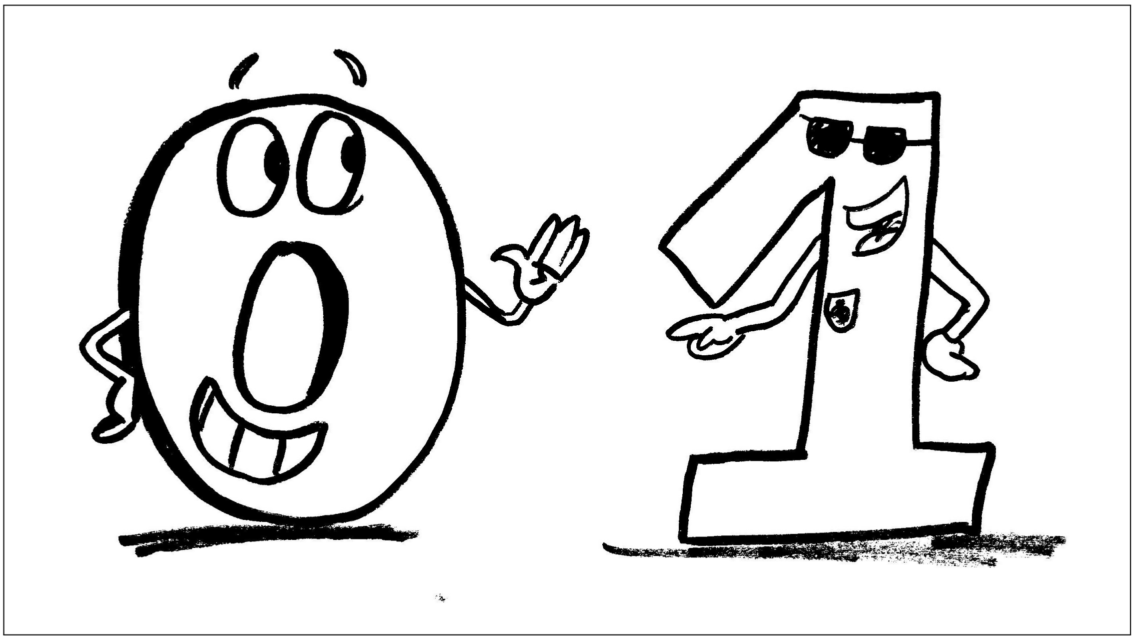
`Null:` Tja, aber was weit du schon Mister Populär? Du bist die Nummer Eins. Jeder liebt dich. Du kannst doch niemals meinen Schmerz nachvollziehen. Mit dir fängt man beim Zählen an. Und schau einfach mal auf dein Handy. Na fällt dir was auf? Auch da hab ich eine Sonderstellung, ganz unten!

`Eins:` Aber verstehst du denn nicht? Eins ist die einsamste Nummer.

`Null und Eins zusammen:` Wollen wir beide. . . ?

Informatiker kommt angehechtet und schnappt sich beiden

`Informatiker:` Nicht auszudenken was passiert wäre, wenn ich zu spät gekommen wäre.



Löcher im Fundament? Mathematik in der Krise

Kari Küster & Michael Schober & Frederik Westermaier

5.1 Ein Märchen

Es war einmal ein Mathematiker. Sein Name war Gottlob Frege. Dieser Herr lebte, von niemandem groß beachtet, in Jena. Doch in seinem stillen Kämmerchen hatte Herr Frege Großes vor: Er schrieb ein Buch. Es hieß „Grundgesetze der Arithmetik“ und hatte ein überragendes Ziel: Es sollte die Mathematik aus reiner Logik aufbauen. Als das Buch fertig war, freute sich Herr Frege, glaubte er doch, der Mathematik endlich einen sicheren Boden gegeben zu haben. Auch wenn das Buch in einer so komplizierten Formelsprache geschrieben war, dass kaum jemand es verstand.

Doch sollte diese Freude nicht lange währen. Eines Tages bekam Herr Frege einen Brief von Mr. Bertrand Russell. Dieser hatte das Buch tatsächlich gelesen und war dabei über einen Widerspruch gestolpert, der sich, so sehr er sich auch bemühte, nicht aus dem Weg räumen ließ. Herr Frege war bestürzt und Mr. Russell nicht weniger. Dieser Widerspruch war so bedeutend, dass er sogar einen Namen bekam: die Russelsche Antinomie. Diese geht so:

Es wird eine Menge konstruiert, die alle Mengen enthält, die sich nicht selbst enthalten. Enthält diese Menge sich selbst? Nun gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Sie gehört zu den Mengen, die sich nicht selbst enthalten. Dann erfüllt sie das Kriterium, in der Menge der sich-nicht-selbst-enthaltenden Mengen enthalten zu sein. Damit enthält sie aber sich selbst!

2. Sie enthält sich selbst. Damit ist sie aber in der Menge der sich nicht selbst enthaltenden Mengen enthalten und darf sich somit nicht selbst enthalten.

Beides zusammen ergibt: Die Menge enthält genau dann sich selbst, wenn sie sich nicht selbst enthält – ein Widerspruch!

Die Russelsche Antinomie sprach sich bald in der Mathematikerwelt herum und stürzte diese in eine tiefe Krise. Die gesamte Mathematik stand auf der Kippe! Fieberhaft versuchten die Mathematiker, das bröckelnde Fundament der Mathematik zu reparieren. Es galt einen Weg zu finden, wie man die Russellsche Antinomie umgehen könnte. Viele zerbrachen sich darüber den Kopf. So auch Mr. Russell selbst. Zusammen mit seinem Lehrer Whitehead hatte er schließlich eine Idee, über die sie ein ausführliches Buch, die „Principia Mathematica“ schrieben. Ihre Idee nannten sie „Typentheorie“. Sie ging ungefähr so:

Die beiden wollten die Objekte der Welt in Stufen einteilen. Ganz konkrete Dinge, wie z.B. Häuser, Bücher oder auch Zahlen sollten die unterste Stufe bilden. Die zweite Stufe sollten die Mengen sein, die diese Dinge aus der ersten Stufe enthalten, z.B. die Menge der Häuser, der Bücher oder der Zahlen. Jede Menge sollte also nur Objekte einer niedrigeren Stufe enthalten. So konnte eine Menge wie die aus der Russellschen Antinomie gar nicht erst gebildet werden.

Doch war auch diese Typentheorie kein Ausweg aus der Krise. Man hätte wichtige Teile der Mathematik nun nur beweisen können, indem man viele komplizierte Zusatzannahmen hinzunähme. Jederzeit könnte durch diese Zusatzannahmen wieder so ein alles zerschmetternder Widerspruch auftreten. Schweren Herzens mussten sich die Mathematiker das Scheitern des Logizismus eingestehen, d.h. sich von der Idee verabschieden, dass sich die gesamte Mathematik auf die Logik zurückführen ließe. Doch es war noch nicht aller Tage Abend. Andere Wege wurden beschritten, die der Mathematik aus der Krise helfen könnten. Ein Weg war der des Formalismus, den David Hilbert mit seinen Anhängern erkundete. Den Weg in die andere Richtung, den des Intuitionismus, beschritt ein Mann mit Namen Luitzen Egbertus Jan Brouwer.

5.2 Der Vorabend der Grundlagenkrise

Das Scheitern von Freges und später auch Russells logizistischer Grundlegung wird in einigen Teilen der mathematischen Welt als große Krise empfunden und ruft Verunsicherung hervor. Das ist aus unserer heutigen Auffassung von Mathematik heraus zunächst unverständlich. Man könnte doch einfach sagen: „Na und? Diese Grundlegung ist gescheitert, aber das bedeutet nicht, dass es überhaupt keine gibt.“ Um diese Zusammenhänge zu erfassen, muss man sich die Ideengeschichte der Mathematik bis zu diesem Zeitpunkt genauer anschauen, insbesondere die Entwicklungen in der Analysis und der Logik im 19. Jahrhundert.

Mit der Entdeckung und Entwicklung der Differential- und Integralrechnung durch Newton und Leibniz Ende des 17. Jahrhunderts macht die Mathematik, und speziell die Analysis, einen riesigen Sprung. Dieser Gedankenschritt ist wahrscheinlich der größte Einzelschritt in der Entwicklung der westlichen Mathematik seit der griechischen Antike. Durch die große Vielfalt der Anwendungen wird diese Entwicklung noch weiter vorangetrieben und Physik und Mathematik bereichern sich gegenseitig.

Doch werden diese Errungenschaften nicht ohne einen Preis erstritten. Zwar ist vielen zeitgenössischen Mathematikern intuitiv klar, mit was operiert wird, doch fehlt eine einheitliche oder überhaupt eine formale Grundlage. Die Rigorosität, in deren Tradition sich die Mathematiker seit Euklid sehen, kann nicht mehr in dieser Schärfe eingehalten werden, vor allem, weil oft noch überhaupt nicht klar ist, mit was man operiert. In den Beweisen der zeitgenössischen Analytiker finden sich dann oft Ausdrucksweisen wie „das unendlich Kleine“ oder „die Kurve, die im unendlich Kleinen gerade ist“. Auch sind Grenzwertprozesse nicht immer klar. Es ist von Euler bekannt, dass er teilweise beim Rechnen auch mit nicht-konvergenten Reihen operiert hat. Dass dabei letztendlich doch richtige Ergebnisse herauskamen, ist nur Eulers überragender Intuition für das richtige Ergebnis und den geschickten Umgang mit diesen Konstrukten zu verdanken.

Soweit die Situation zum Anfang des 19. Jahrhunderts.

Im 19. Jahrhundert macht man sich nun auf, diesen Makel zu bereinigen und sich wieder auf die Grundlagen zu besinnen. Cauchy ist es, der in seiner Vorlesung „Cours d'Analyse" 1824 zum ersten Mal Begriffe wie Grenzwert einer Folge, Stetigkeit mittels Epsilon-Delta-Kriterium und den Differentialquotienten als Grenzwert einführt. Dieser Fortschritt ist revolutionär in vielerlei Hinsicht. Nicht nur, weil dies schon sehr moderne Definitionen sind, die teilweise heute noch genau so gelten. Die wirkliche Genialität liegt darin, dass diese Begriffe damit arithmetisiert und somit (aus heutiger Sicht) überhaupt erst mathematisiert sind. Man muss sich nicht länger über anschauliche, sondern kann sich über mathematische Begriffe streiten und Behauptungen mit mathematischen Mitteln nachrechnen und prüfen.

Auch wenn dies sicherlich ein großer Schritt in die richtige Richtung ist, so ist es nicht der einzig wichtige. Denn viele weitere Begriffe aus Newtons und Eulers Erbe benötigen noch weitere Klärung. So schlägt Dirichlet 1828 einen modernen Funktionsbegriff vor als „ideale Tabelle": Funktionen werden nicht länger als ihr Graph oder ihr analytischer Ausdruck aufgefasst (was eine große Quelle der Verunsicherung eliminiert, die darin gesehen wurde, dass ein- und dieselbe Funktion durch verschiedene Ausdrücke darstellbar ist), sondern als gedachte Tabelle, die jedem Ursprungswert ihren Bildwert zuordnet – nicht mehr und nicht weniger. Dies öffnet aber die Tür zu neuen Problemen. Plötzlich hält eine ganz neue Art von Funktionen Einzug in die mathematische Welt – die sogenannten Monsterkurven –, sodass die Verunsicherung damit noch nicht endgültig beseitigt, sondern nur verschoben wird.

Bevor wir uns aber der letzten Stufe dieser Entwicklung zuwenden, müssen wir noch einmal kurz an den Anfang des 19. Jahrhunderts springen, denn in anderen Gebieten legt man Grundlagen, die sich am Ende schließlich mit den eben betrachteten Entwicklungen zu einer einheitlichen Geschichte verbinden, die uns dann in wenigen Schritten zu Frege und Russell führen wird.

In den 1820er Jahren beschäftigen sich einige Leute eingehender mit dem Vermächtnis von Euklid, genauer gesagt mit dem Parallelenpostulat. Seit Euklid versuchen Mathematiker das Parallelenpostulat aus den anderen Axiomen und Postulaten herzuleiten und dies auf einen Beweis durch Widerspruch aufzubauen: Angenommen das fünfte Postulat wäre nicht wahr, könnte man daraus einen Widerspruch ableiten? Es stellt sich heraus, dass dies nicht passiert! Vielmehr schaffen dadurch die Herren Bolyai und Lobatschewski alternative Geometrien, die zwar anderen Gesetzen gehorchen, aber in sich konsistent und vorstellbar sind.

Diese Entdeckungen rufen zwei Tendenzen hervor: Zunächst wird es im 19. Jahrhundert wieder modern, Axiomensysteme für die Modelle zu entwickeln und zu verwenden. Dieser Trend wird durch die Fortschritte der formalen Logik noch weiter verstärkt. Zum Anderen liefern sie auch eine Motivation, jeden mathematischen Begriff genauer zu hinterfragen, zu definieren und im Zweifel zu axiomatisieren.

Und hier schließt sich letztendlich unser Kreis, denn Ende des 19. Jahrhunderts ist man dann so weit, anzuerkennen, dass selbst die reellen Zahlen noch einer rigorosen Grundlegung bedürfen. Es entstehen in den 1870er Jahren gleich drei bedeutende Axiomatisierungen: von Weierstraß, Dedekind und von Cantor. Vor allem Cantors

Rückführung hat einen besonderen Vorteil: Durch seine Beschäftigung mit einer von der Analysis losgelösten Theorie der Mengen kann er die reellen Zahlen auf noch grundlegenderen Objekten fußen lassen. Die Mengen scheinen auf der einen Seite mächtig genug zu sein, um damit alles Denkbare und Undenkbare (im wahrsten Sinne des Wortes) zu fassen. Andererseits sind diese Objekte in ihren Grundzügen einfach genug, so dass sie auch von allen ohne Zweifel als existent und unbedenklich angesehen werden.

Als Frege und Russell sie um die Jahrhundertwende dann zum „Urstoff aller Mathematik“ erklären wollen und damit scheitern, ist der Aufschrei in der mathematischen Welt groß. Die meisten haben sich schließlich auf die Mengen verlassen. Man hat zu fühlen geglaubt, dass hier der Schlüssel und der Grund aller Mathematik läge und man sich so getrost mit allem beschäftigen könne, was einen gerade umtreibt. Im Zweifel würde schon irgendwann jemand kommen und die eigenen Theorien auf Mengen zurückführen und alles wäre gerettet. Als aber die Existenz dieser Mengen nicht mehr so gesichert scheint, sind die Mathematiker gezwungen, sich jeder an seiner eigenen Nase zu packen und sich zu fragen, mit was für Objekten hier hantiert wird. Was wird durch die Mathematik modelliert? Welche Aussagen liefert die Mathematik für unsere physikalische Wirklichkeit? Und genau an dieser Stelle setzen schließlich der Formalismus und der Intuitionismus mit ihren Lösungswegen an.

5.3 Der Formalismus

In früheren Auffassungen von Mathematik waren die Motivationen und Vorgehensweisen von der Anschauung her begründet, beispielsweise von physikalischen Vorgängen oder Problemen, und die Wahrheitsansprüche von Theorien fußten auf anschaulicher überprüfung. Der Formalismus geht nun einen ganz anderen Weg, was ihm auch die Bezeichnung „Moderne Auffassung der Mathematik“ einbringt. Die entscheidende Neuerung ist, dass im Formalismus ein System von Axiomen die Basis jeder Theorie bildet, Begriffe abstrakt definiert werden und die Gültigkeit von Aussagen durch formale Herleitung aus den Axiomen sichergestellt wird. Durch diese Ablösung von der sinnlich fassbaren Realität und durch die In-sich-selbst-Begründung der Mathematik wird ein bedeutender – wenn nicht der bedeutendste – Schritt zur Selbstständigkeit und Unabhängigkeit der Mathematik von den anderen (empirischen) Wissenschaften vollzogen.

Diese Herangehensweise entsteht in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts und findet ihren mächtigsten Fürsprecher in David Hilbert (1862-1943), dem führenden Mathematiker des frühen 20. Jahrhunderts. Hilbert (Abbildung 5.1) war Professor in der Stadt Göttingen, die er zusammen mit Klein als Weltzentrum der Mathematik etablierte. In „Grundlagen der Geometrie“ (1899), dem Kernstück seiner axiomatischen Methode, stellte er die Geometrie auf axiomatische Beine. Im darauffolgenden Jahr hält er auf dem 2. internationalen Mathematikerkongress eine bedeutende Rede, in der er für die zukünftige mathematische Forschung 23 Probleme vorstellt. Später (1918-22) stellt er in Anlehnung daran sein „Hilbert-Programm“ auf, dessen Ziel es ist, die Widerspruchsfreiheit des formalistischen Programms zu beweisen.

Charakteristisch dabei ist sein unübertroffener Optimismus, was die Lösbarkeit

Abbildung 5.1: David Hilbert

von Problemen angeht – nach dem Motto „wir müssen wissen, wir werden wissen“: Er ist davon überzeugt, dass es kein unlösbares Problem gibt – entweder lässt es sich beweisen, oder seine Unlösbarkeit kann gezeigt werden, womit für Hilbert das Problem genauso erledigt ist. Das zeigt deutlich seine Indifferenz gegenüber konkreten Anwendungsaspekten. Er verfolgt einen anderen Ansatz: Es geht ihm nur um die „reine Mathematik“, die aus seiner Sicht „die Wissenschaft des überlegenden Geistes“ ist, und in der der Mathematiker absolute Freiheit in Bezug auf sein Schaffen hat und nicht an eine Rückbeziehung auf die „Wirklichkeit“ gebunden ist.

In der Theorie ist seine Position also ein absoluter Formalismus. Er fordert eine rigorose Axiomatik unabhängig von jeglicher Anschauung, das heißt, jedes beliebige Axiomensystem darf aufgestellt werden und ist genau dann sinnvoll und existent, wenn es in sich widerspruchsfrei ist. Genauso sind alle Definitionen gleich gut, sofern sie logisch konsistent sind. Trotzdem benutzt er explizit – unter anderem aus Gründen der allgemeinen Anerkennung – traditionelle, anschauliche Begriffe wie Punkt, Gerade, etc. Es geht ihm letztlich trotz seiner Theorie der radikalen Freiheit um eine axiomatische und damit exakte, sprachlich fassbare Rekonstruktion der Mathematik.

Ein noch radikalerer Vertreter des Formalismus war Felix Hausdorff (1868-1942), der auch explizit philosophierte, was für Formalisten ungewöhnlich ist, weil sie ihr Tun in der Mathematik aus sich heraus begründen, ohne Bezugnahme auf eine dahinterstehende philosophische oder physikalische Motivation. Wie Hilbert stellt auch Hausdorff an eine Theorie nur den Anspruch, widerspruchsfrei zu sein. Das muss aber auf jeden Fall gewährleistet sein, auch auf Kosten des Realitätsbezugs. Konkret schreibt er: „Wir werden das Was und Wie, so wie es sich im Common Sense malt, schlankweg auf den Kopf stellen, wenn wir dadurch irgendeinen Widerspruch von 0,003 auf 0,002 herabdrücken können.“ Darüber hinaus fordert er konsequent eine Befreiung der mathematischen Ergebnisse von ihren Herkunfts- und „Sinn“-Zusammenhängen. Seine Begründung für diesen Weg der ausschließlichen Axiomatik ist: „Axiomatik vereinfacht die Theorie und bietet Sicherung vor den Irrtümern, zu denen die Anschauung uns verleiten möchte.“ Hausdorff lehnt sogar jede Frage nach einem Sinn oder Ziel der

Mathematik ab. Sie ist für ihn lediglich „experimentelles Denken“, das in jede beliebige Richtung gehen kann. Die Unabhängigkeit der Mathematik treibt er sogar so weit, dass er sie als „freie Schöpfung unseres Denkens“ beschreibt, die nur der Logik unterworfen ist.

5.4 Luitzen E. J. Brouwer und der Intuitionismus

Die gegenläufige Entwicklung zu Hilberts Formalismus war der Intuitionismus, für welchen eine Kritik an der klassischen Logik bezeichnend ist: Es wird die Gültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten angezweifelt, durch welchen auch der indirekte Beweis begründet ist, und es wird außerdem das aktual Unendliche verworfen. Intuitionistisch gesehen ist Mathematik eine Tätigkeit geistigen Konstruierens unabhängig von Sprache, Logik und Erfahrung.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966, Abbildung 5.2), der als Begründer des Intuitionismus gilt, wird als recht schwieriger Mensch, als arroganter und misanthroper Sonderling beschrieben. In seiner Dissertation „über die Grundlagen der Mathematik“, aus der sein Doktorvater Diederik Johannes Korteweg ihn große Teile streichen lässt, versucht er den Zusammenhang zwischen seinen philosophischen und mathematischen Ansichten herzustellen. Brouwer beschreibt darin seine Auffassungen zum „Aufbau der Mathematik“, zu „Mathematik und Erfahrung“ und „Mathematik und Logik“. Er versucht sich an einem konstruktivistischen Aufbau der Mathematik aus intuitiv einsichtigen Begriffen, die für ihn unabhängig von Logik sind. Er vertritt die Meinung, dass nur existent ist, was zumindest in Gedanken und in endlich vielen Schritten „konstruiert“ werden kann. Folglich wird das aktual Unendliche in seiner Mathematik verworfen, da hier mit einer unendlichen Gesamtheit umgegangen wird. Desweiteren glaubt Brouwer an eine mathematische „Urintuition“, für ihn gleichbedeutend mit einer „Intuition der Zeit“. Diese mathematische Urintuition ist für ihn aber keine geschulte, durch Erfahrung entstandene, sondern eine Intuition, die jeder Mensch von Geburt an besitzt. Die mathematische Urintuition befähige den Menschen, die Welt mathematisch zu sehen, d.h. Folgen von Ereignissen zu erkennen. Durch diese Beobachtungen sei es den Menschen möglich, Regeln in der Folge von Ereignissen zu vermuten und dadurch in der Welt zu wirken. In der Welt zu wirken interpretiert Brouwer als Gebrauch von Macht, und diesen Machtgebrauch verurteilt er. Jeder Eingriff in die Welt ist für ihn schlecht. So steht er auch der Wissenschaft und jeglichem technischen Fortschritt kritisch gegenüber. Das Gute und die Wahrheit liegen für ihn in der Kontemplation, in der Selbsteinkehr. Einsicht finde im Herzen und nicht im Kopf statt.

Wichtiges Hilfsmittel zu diesem „In-der-Welt-wirken-können“ sei die Sprache, die zusammen mit der mathematischen Urintuition ein Machtmittel ohnegleichen darstelle. Lächerlich unzulänglich wird die Sprache allerdings, so Brouwer, wenn es um feinere Schattierungen des Willens geht. Er meint, dass eine unmittelbare Kommunikation durch Sprache verhindert wird. „Wann hat je jemand jemand anderem seine Seele durch die Sprache mitgeteilt“ sagte er einmal. Die immanente Wahrheit, die in der Welt erschiene, könne durch Sprache nicht ausgedrückt werden.

Brouwer vertritt die These, dass Mathematik unabhängig von Logik ist. Mathe-

Abbildung 5.2: Luitzen Egbertus Jan Brouwer

matik ist für ihn eine geistige Konstruktion, die von Worten nur begleitet wird: Die Worte sind Hilfsmittel, um in anderen Menschen Kopien von den mathematischen Konstruktionen zu erzeugen, die im isolierten Selbst erschaffen wurden. Mathematik und Sprache sind also voneinander unabhängig. Die Argumente der Logik jedoch beträfen Worte, sie seien sprachliche Konstruktionen. Für Brouwer ist Mathematik „vor" der Sprache. Darin liegt für ihn die Reinheit der Mathematik: Dass sie „um ihrer selbst willen" betrieben werden kann ohne in die Welt einzuwirken und dadurch Macht auszuüben. An Hilberts Formalismus kritisiert Brouwer, dass dieser die Mathematik als eine Sprache aufbaue. Im Gegensatz zu Hilbert meint er außerdem, dass aus der Widerspruchslosigkeit eines Systems nicht folgt, dass dieses einen Sinn trägt.

1908 publiziert Brouwer einen Artikel, in dem er zum ersten Mal explizit das Prinzip des ausgeschlossenen Dritten und den daraus folgenden Widerspruchsbeweis in Frage stellt. Er meint zwar, dass dieser in endlichen Systemen zulässig ist, da hier auch eine Maschine oder ein trainiertes Tier die überprüfung vornehmen könne, nicht aber in unendlichen Systemen. Später liefert er zu dieser These noch sogenannte „Brouwersche Gegenbeispiele", die demonstrieren sollen, warum der Widerspruchsbeweis nicht in unendlichen Systemen funktioniert. Hier eines dieser Beispiele: Man konstruiere eine Zahl a, welche die gleiche Dezimalbruchentwicklung wie π hat, solange in π nicht eine bestimmte endliche Ziffernfolge vorkommt. Sobald die Ziffernfolge auftaucht, sollen alle weiteren Nachkommastellen gleich 0 sein. Man kann nun aber nicht sagen, ob eine bestimmte Ziffernfolge in der Dezimalbruchentwicklung von π vorkommt, kann also auch nicht sagen, ob $a < \pi$ oder $a = \pi$.

5.5 Der Grundlagenstreit

In den vorhergehenden Kapiteln ist klar geworden, wie sich die Ideengrundlage der Mathematik gegen Ende des 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts herauskristallisiert und wie dann in einem zweiten Schritt aus diesen Bausteinen zwei verschiedene Arbeitsphilosophien – manifestiert in Formalismus und Intuitionismus – ausgearbeitet werden. Allerdings ist uns knapp hundert Jahre später auch klar, dass von diesen Arbeitsphilosophien hauptsächlich der Formalismus übernommen wurde und heute in weiten Teilen dominiert. Dieses letzte Kapitel beschäftigt sich mit der Frage, welche Entwicklungen zur heutigen Situation geführt haben.

Zunächst muss man festhalten, dass die Beziehungen zwischen den Hauptverfechtern der jeweiligen Thesen anfänglich noch sehr kollegial und professionell waren. Hilbert und Brouwer hatten zwar unterschiedliche Ansichten, denen Brouwer 1912 in der Antrittsrede zu seiner Professur „Intuitionismus und Formalismus“ in Amsterdam ihre Namen gab, aber sie respektierten die Arbeit des jeweils anderen. Das lag aber auch daran, dass es gar keinen Anlass dazu gab, genauer Position zu beziehen. Beide forschten in völlig unterschiedlichen Gebieten und waren nicht zur Konfrontation gezwungen.

Das änderte sich durch die Arbeit eines der wichtigsten Schülers Hilberts: Hermann Weyl. Weyl war ein sehr begabter Schüler, der für das gesamte Studium, inklusive Promotion und Habilitation nur 6 Jahre benötigte, aber auch darüber hinaus interessiert war und Philosophiekurse bei Husserl besuchte. Ab 1910 war er bereits als Privatdozent in Göttingen tätig, 1913 folgte er einem Ruf an die Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich.

Weyl war damals einigen klassischen Annahmen der Analytiker gegenüber sehr skeptisch eingestellt, so zum Beispiel der aktualen Unendlichkeit der reellen Zahlen und dem daraus resultierenden Supremumsprinzip. Aus dieser Motivation heraus verfasste er 1918 ein eigenes Lehrbuch der Analysis, das mehr seinen eigenen Theorien und Philosophie entsprach. Gleichzeitig entdeckte er die Arbeiten Brouwers, für den in dieser Zeit die Frage nach Gültigkeit des Tertium non datur mehr und mehr Gewicht bekam.

Daraus entsprang dann der Funken, der schließlich das Pulverfass entzünden sollte. In seinem Aufsatz „über die neue Grundlagenkrise in der Mathematik“ von 1919 schrieb Weyl von „[der] Auflösung des Staatswesens der Analysis“ und weiter „Brouwer, das ist die Revolution“.

Von diesem Zeitpunkt an herrschte Streit zwischen Hilbert auf der einen und Brouwer und Weyl auf der anderen Seite. Brouwer war zuvor dem Konflikt ausgewichen, indem er möglichst trocken und akademisch seine Ansichten vertrat. Doch nachdem Weyl innerhalb der Brouwerschen Gedankenburg Zuflucht gesucht hatte, blieb Brouwer nichts anderes mehr übrig als seine Position deutlich zu vertreten. Hilbert auf der anderen Seite war von Weyls äußerungen schwer getroffen und enttäuscht. Ausgerechnet sein bester Schüler wandte sich gegen ihn und wollte seine Methoden für ungültig erklären.

Obwohl die nächsten zehn Jahre natürlich auch für die zugrundeliegende Theorie sehr produktiv waren – nicht zuletzt entstand das Hilbertprogramm ja mehr oder minder direkt als Reaktion auf die Kritik des Intuitionismus, auf der Gegenseite bewies Brouwer nach und nach klassische Resultate der Mathematik intuitionistisch – so war doch der Tenor immer der gleiche: Es herrschte Streit. Die persönlichen Auffassungen von Hilbert und Brouwer ließen aus deskriptiver Wissenschaft eine Normative werden, und man warf sich jeweils gegenseitig den falschen Glauben und somit leeres Gerede vor.

Im Jahr 1929 kam es zum abrupten Ende, als Hilbert seine große Machtkarte offen ausspielte: Er war damals einer der drei Hauptherausgeber der „Mathematischen Annalen“, der bedeutendsten Fachzeitschrift für Mathematik, Brouwer war Mitherausgeber. Ohne den anderen beiden Bescheid zu geben, teilte Hilbert Brouwer schriftlich mit, dass er nicht länger als Mitherausgeber der Annalen tätig sein dürfe. Dies hat Brouwer schwer gekränkt. Beleidigt zog er sich aus der wissenschaftlichen öffentlickeit zurück und publizierte lange Zeit nichts mehr, insbesondere nie wieder etwas zum Grundlagenstreit bzw. zum Intuitionismus.

Als Gödels Unvollständigkeitssätze 1931 die formalistische Selbstsicherheit nochmals erschütterten, gab es schon keinen Grundlagenstreit mehr. Die Hauptpersonen hatten schlichtweg aufgehört, weiter zu missionieren und nachfolgende Mathematiker waren wieder eingeladen, völlig frei ihre Ansichten zu wählen. Dies tat das Autorenkollektiv Nicolas Bourbaki, das 1939 eine einheitliche Lehrbuchsammlung der gesamten Mathematik der damaligen Zeit herausbrachte. Die Arbeitsgrundlage der Autoren war Cantors Mengenlehre und somit auch Hilberts Formalismus. Diese Lehrbuchsammlung erwies sich als sehr populär zur damaligen Zeit, so dass die Cantorsche Mengenlehre einen deutlichen Schub in ihrer Beliebtheit verzeichnen konnte. Zudem war Cantors und Hilberts System auch deswegen beliebter, da sich mit ihm leichter arbeiten und Resultate vorzeigen ließen. Der Rest ist Geschichte.

5.6 Literaturverzeichnis

[1] Thiel, Christian: *Grundlagenkrise und Grundlagenstreit: Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaft*. A. Hain, 1972

[2] Mehrtens, Herbert: *Moderne Sprache, Mathematik: eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*. Suhrkamp, 1990

[3] Dalen, Dirk van: Der Grundlagenstreit zwischen Brouwer und Hilbert. In: Eichhorn E., Thiele E. J. (Hrsg.): *Vorlesungen zum Gedenken an Felix Hausdorff*. Heldermann, 1994, S. 207–212

[4] online Juni 2010

[5] online Juni 2010

Die verlorene Gleichung – Alfred und Wolfgang Döblin

Sabine Trogus & Vanessa Seifert

Alfreds Tagebucheintrag

20. März 1945. Alfred Döblin (67) sitzt an seinem Schreibtisch und schreibt einen Tagebucheintrag.

Wolfgang, du warst der zweite unter den Brüdern, der ernsteste, reifste, klügste und tiefste, aber auch der verschlossenste. Deine Mutter brach in Hollywood auf dem Bett zusammen, als nach dem langen Warten endlich ein Wort über dich kam. Der Brief war von deiner Studienfreundin, die uns die schreckliche Nachricht deines Todes mitteilte. Deine Mutter traf diese Nachricht wie ein Schuss mitten ins Herz. Du warst ja immer ihr Liebling, und auch du hingst eigentlich nur an ihr. Unser Verhältnis war gestört. Aber in den letzten Jahren in Paris hatte ich das Gefühl, dass wir uns langsam annähern und du mir nicht mehr wie früher aus dem Weg gehst. Ich hoffte so sehr, dass sich unser Verhältnis bessert, dass du den Krieg überleben wirst, damit zwischen uns alles gut würde. Aber jetzt ist es zu spät! Ich habe keine Chance mehr, mich mit dir zu versöhnen und dir ein guter Vater zu sein.

Ich erinnere mich noch. Als du ein Kind warst, sagtest du einmal zu deiner Mutter „Papa hasst mich furchtbar!" Das hat mich sehr verletzt. Aber das war zu einer Zeit, als unsere Beziehung sehr schwierig war. Ich war oft sehr hart gegen dich! Das tut mir heute sehr leid! Du standest immer auf der Seite deiner Mutter! Sie liebtest du abgöttisch. Mich dagegen hast du verachtet – ja, es muss als Kind auch schwierig gewesen sein, mich zu verstehen. Ich habe das Verhalten meines Vaters auch erst spät verstanden. Als Kind versteht man nicht, warum ein Mann seine Frau verlässt und anderen Frauen nachsteigt... Aber das Leben mit deiner Mutter war nicht immer so einfach. Wir können nicht mit, aber auch nicht ohne einander. Vielleicht hättest du mich verstanden, wenn du auch mal geheiratet hättest...

Wir beide haben irgendwie immer aneinander vorbei gelebt. Wir hatten auch nicht viele Gemeinsamkeiten. Du warst sehr verschlossen, warst eher innerlich, redetest nicht viel, überlegtest dafür umso mehr. Du versuchtest immer deine Ideen zu verwirklichen, sagtest immer was du dachtest und stelltest dich so oft gegen meine Meinung. Schon die Gespräche über Religion und Politik arteten bei uns oft in Streit aus. Du, der sich mit lächerlichen 14 Jahren schon von Gott abwandte und behauptete, Atheist zu sein. Mit 14 Jahren! Und dann deine politische Richtung: linksradikal! Wenigstens ließt du dir von niemanden reinreden. Du wußtest schon immer, was du wolltest. Auch in der Mathematik warst du dir so sicher! Wieso nur ausgerechnet Mathematik? Für die meisten wertlos, ein abseitiges Gedankenspiel, eine Qual, weil ohne Anschauung, ohne Ziel, ohne Bindung mit einem Leben – aber du konntest dich damit Stunden- Tage- Wochen beschäftigen, wolltest nicht gestört werden, wurdest unhöflich, wenn man dich doch störte. Du warst in deiner Welt, wo keiner – vor allem ich – dir folgen konnte. Du brütetest über deinen Hieroglyphen, die mir immer fremd bleiben werden. Das war deine Welt.

Meine hingegen, meine Literatur, mein Schreiben, hast du verachtet. Du konntest nicht verstehen, was mich an Worten und Sätzen so fasziniert. Du sagtest einmal zu mir: „Die Beschäftigung mit Literatur sei zu zeitraubend und tauge doch nicht viel, es bringt die Welt nicht weiter“. Auch erinnere ich mich, dass du ein Manuskript von mir als Schmierzettel für deine Arbeit benutzt hast. Seine eigenen Welten schaffen, das Leben um sich herum einfach abzuschalten und seine geheimsten Gedanken ausleben. Das ist das Schreiben für mich!

Ich beginne langsam zu verstehen, dass die Mathematik die gleiche Bedeutung für dich hatte wie für mich meine Bücher! Unsere Leidenschaft besteht darin, unsere Gedanken vom realen Leben in ein irrationales zu führen, wo es keine Schranken und Zwänge gibt, sondern nur sich selbst. So gesehen hatten wir beide mit unseren Leidenschaften das gleiche Ziel. Nur leider können wir diese Erfahrungen nun nicht mehr teilen. Jetzt ist alles zu spät!

Wolfgangs Gedanken

Es ist der 21. Juni 1940. Wir befinden uns in einer Scheune im kleinen französischen Dorf Housseras in den Vogesen. Ein junger Soldat sitzt in einer dunklen Ecke und ist in Gedanken versunken. Er hat am Abend zuvor sein Bataillon verlassen, um der Gefangenschaft durch die deutsche Armee zu entgehen.

„Ich wurde am 17. März 1915 als Sohn des Arztes Alfred Döblin und seiner Ehefrau Erna, geborene Reiß, geboren. Oktober 1921 wurde ich in die Gemeindeschule eingeschult. Ostern 1924 trat ich in die Sexta des Königstädtischen Reformrealgymnasiums ein.“ So begann der Lebenslauf, den ich 1933 für meine Uni-Bewerbung geschrieben habe.

Ein Krieg erschien mir zu der Zeit noch so unwahrscheinlich. Ich dachte, mein Vater müsste sich für eine Weile in Zürich verstecken. Dass dann die ganze Familie nachreiste, empfand ich zuerst als übertriebene Vorsicht. Und vor allem sollte mich nichts und niemand davon abhalten, mein Abitur zu machen. Sonst wäre mir der Weg an die Uni verwehrt geblieben. Und dann kurz nachdem ich in Zürich mein lang ersehntes Studium aufgenommen hatte, mussten wir wieder umziehen. Dieses Mal nach Frankreich. Aber im Nachhinein war das eine große Chance für mich. Hier konnte ich im Oktober 1933 mein Studium fortsetzen. Ich dachte, Mathematik und Volkswirtschaft wäre das Richtige für mich – zumindest so lange, bis ich als Wahlfach die Statistikkurse von Georges Darmois belegte. Ich war vom Zufall fasziniert. Ich wollte ihn verstehen, berechnen und vielleicht sogar irgendwann bezwingen können.

Im Januar 1936 wählte ich die Theorie der Markovschen Ketten als Thema meiner Dissertation aus. Mein Doktorvater Maurice Fréchet gelangte anscheinend schnell an seine Grenzen. Dabei waren viele „Probleme“ so schnell lösbar, dass ich immer Angst hatte, ein anderer könnte sie vor mir lösen. Jeden Montag ging ich mit der Angst ins Institut, dass jemand anders eine „meiner“ Lösungen bereits veröffentlicht hatte. Ich versuchte stets, den Fortschritt meiner Arbeiten so lange geheim zu halten, bis ich sie vollendet hatte. Stundenlang saß ich jeden Tag in der Bibliothek, dort hatte ich meine Ruhe und konnte ungestört arbeiten – was daheim selten der Fall war. Ständig verursachten meine Eltern und Brüder irgendwelchen Lärm. Und dort in der Bibliothek lernte ich Marie-Antoinette kennen. Nie wieder habe ich eine so faszinierende Frau getroffen. Doch sie hat diesen Jacques Tonnelat geheiratet. In dem Moment, in dem sie mir von der Verlobung erzählte, merkte ich, dass sie mir mehr bedeutete, als ich mir bis dahin eingestehen wollte. Viele Nächte habe ich der Chance hinterher geweint, diese wunderbare Frau für mich zu gewinnen. Ich habe mich dann noch mehr in meine Arbeit gestürzt um mich abzulenken.

Sechs Monate habe ich gebraucht, um meine Doktorarbeit zu vollenden. Allerdings muss man dabei auch berücksichtigen, dass die Ideen, die ich dort zu Papier brachte, schon lange in meinem Kopf gereift waren. Wenn ich meinem Doktorvater Zwischenergebnisse vorlegte, warf er mir vor, meine Beweisführungen seien zu knapp. Aber warum sollte man auch Zeit vergeuden, um triviale Schritte aufzuschreiben? Ich muss zugeben, einige Beweise hielt ich absichtlich so knapp, damit sie kein anderer verstand und sie mir so auch nicht wegnehmen konnte, sollten ihm meine Notizen in die Hände fallen.

Ich glaube, ich habe es geschafft, knapp über 30 Arbeiten zu veröffentlichen. Vermutlich wären es noch mehr gewesen, wenn ich nicht im November 1938 zum Militär eingezogen worden wäre. Man hat mir gesagt, dass ich als Doktor der Naturwissenschaften gleich auf die Reserveoffiziersschule gehen könnte. Aber warum sollte ich bevorzugt werden gegenüber so vielen jungen Männern? Ich war dem Land Frankreich zu großen Dank verpflichtet. Mit unserer Einbürgerung 1936 hatten sie uns vermutlich vor dem Schicksal bewahrt, das uns in Deutschland, wie so viele unserer Freunde, erwartet hätte. Außerdem glaubte ich nach wie vor nicht daran, dass es hier wirklich zu einem Krieg kommen würde. Während der im Frühjahr 1939 folgenden Ausbildung zum Gefreiten gehörte ich stets zu den Besten meines Bataillons. Allerdings konnte ich mit den meisten meiner Kameraden nicht viel anfangen. Bei jeder sich bietenden Gelegenheit feierten sie Feste und betranken sich. Ich hatte für mich eine bessere Art gefunden, mir die Zeit zu vertreiben – mit Nichtstun und Warten auf meine erste Bestrafung, die dann wegen Rost an meiner Waffe auch bald kam.

Gelegentlich fand ich die Zeit, meinen mathematischen Arbeiten nachzugehen. Ich hatte auch immer ein Heft bei mir, um meine Gedanken sofort aufzuscgreiben. Aber oft kam ich wochenlang nicht dazu. Und man kann die äußeren Umstände natürlich auch nicht als ideal bezeichnen. Und dann die ständige Fragerei meiner Kameraden: „Warum bist du erst so spät einberufen worden? Warum läufst du ständig mit diesem Heft herum? Was schreibst du da auf?“ Ich antwortete nur, dass ich vom Wehrdienst zurückgestellt worden sei und dass ich „Theoreme ausbrüte“. Es hätte doch eh niemand verstanden, an was ich da arbeite. Es gab so viel, was sie alle nicht wussten. Ich habe niemandem gesagt, dass ich einen Doktortitel habe. Und vor allem wusste niemand, dass ich Deutscher bin. Ich habe immer behauptet, ich bin Elsässer um meinen Dialekt zu erklären.

Ständig wurde meine Einheit versetzt. Die Unterbringung war manchmal katastrophal. Und doch gelang es mir zwischen November 1939 und Februar 1940 meine Arbeit „Sur l'équation de Kolmogoroff" aufzuschreiben und am 19. Februar konnte ich sie in einem versiegelten Umschlag an die Akademie der Wissenschaften in Paris schicken. Ich habe diese Arbeit mit meinem richtigen Namen unterschrieben, obwohl ich mich seit wir in Frankreich sind Vincent Doblin nenne, um keine Aufmerksamkeit zu erregen. Ich befürchte allerdings, dass sie dort nie angekommen ist. Wer wird den Umschlag am Ende öffnen?

Wo meine Eltern wohl gerade sind? Ob es ihnen gut geht? Seit einiger Zeit habe ich nichts mehr von ihnen gehört. Ich hoffe, es geht ihnen gut.

Noch vor wenigen Tagen saß ich bei einer netten französischen Familie in der Küche und habe ihnen die Wahrheit über meine Herkunft erzählt. Das sind die ersten seit Anfang meines Wehrdienstes, denen ich es erzählt habe. Und ich habe ihnen auch anvertraut, dass ich immer eine letzte Patrone bei mir habe. . . niemals werde ich mich von den Deutschen gefangen nehmen lassen! Aber ich habe eigentlich immer gehofft, dass ich sie nie brauchen würde. Ein paar Papiere habe ich noch bei mir, die muss ich noch verbrennen. Keiner soll wissen, wer ich wirklich bin!

Nach dieser Reflexion über sein Leben geht Wolfgang in die Küche des angrenzenden Bauernhauses und verbrennt alle Papiere, die er bei sich hat. Dann kehrt er zurück in die Scheune und erschießt sich.
Er wird als unbekannter Soldat auf dem Friedhof von Housseras begraben. Erst 1944 wird er exhumiert und aufgrund seiner Brille und eines Armreifes identifiziert.

Alfreds Leben geht weiter

1940-45: Nach abenteuerlicher Flucht durch Frankreich entkommt Döblin mit seiner Frau und dem jüngsten Sohn Stefan über Marseille, Barcelona, Madrid nach Lissabon. Von dort Überfahrt nach Amerika, wo sich die Familie im kalifornischen Hollywood niederläßt, und Alfred für ein Jahr als Scriptwriter für die Filmgesellschaft Metro Goldwyn Mayer arbeitet. Nach Ablauf des Vertrages erhält er eine Zeitlang Arbeitslosenunterstützung und ist dann von Zuwendungen aus dem „Writers Fund" abhängig.

1941: Alfred, Erna und Stefan Döblin konvertieren zum katholischen Glauben. Geheimhaltung dieses Schrittes bis 1945. Durch die Andeutung seiner religiösen Neuorientierung auf der Feier zu seinem 65. Geburtstag im August 1943 löst er bei seinen Freunden und Kollegen Irritationen aus und verstärkt seine Isolation.

1945: Rückkehr nach Paris im Oktober. Besuch in Housseras, wo Alfred und Erna Döblin nach eigenen Nachforschungen und Gesprächen mit den Bewohnern vom Selbstmord ihres Sohnes Wolfgang erfahren. Jedoch bleiben sie immer bei der Aussage, dass Wolfgang bei einem Patrouillengang erschossen wurde. Erna betreibt regelrecht einen Kult um Wolfgangs Person. Ihr ist es sehr wichtig, dass Wolfgang für Frankreich gestorben ist. Auf seinem Grabstein heißt es „mort pour la France". Durch Vermittlung des französischen Germanisten Ernest Tonnelat wird Döblin französischer Kulturoffizier in Baden-Baden. Rückkehr nach Deutschland am 9. November.

1947: Im Juli erster Berlin-Besuch nach der Flucht 1933. Er ist sehr schockiert, als er Berlin wieder sieht. Seine „große Liebe“ Berlin ist total zerstört.

1952: Nach massiver Verschlechterung des Gesundheitszustandes erleidet Döblin Ende September einen Herzinfarkt und wird in ein Mainzer Krankenhaus eingeliefert.

1953: Erneute Emigration nach Paris. Er sagt zu einem Freund: „Ich bin in diesem Lande [. . .] überflüssig“. Grund ist seine zunehmende Verbitterung über die politische Entwicklung in Deutschland und seinen Misserfolg.

1951-1955: Das Fortschreiten der Parkinson-Krankheit macht eine Dauerbehandlung in Kliniken und Sanatorien nötig

1957: Überführung ins Landeskrankenhaus Emmendingen. Dort verstirbt Alfred Döblin am 26. Juni und wird am 28. Juni im engsten Familienkreis neben seinem Sohn Wolfgang in Housseras beigesetzt. Erna Döblin nimmt sich am 15. September in Paris das Leben. Sie wird ebenfalls in Housseras beigesetzt.

Prinzip der „plis cachetés“

Wissenschaftler senden Manuskripte, Forschungsergebnisse und ähnliches an die „Académie des Sciences“ in Paris. Dort werden sie in einem versiegelten Umschlag im Archiv gelagert, mit dem Namen des Verfassers und dem Datum der Einlagerung versehen.

Das Aufbewahren versiegelter Briefe dient dazu, das Urheberrecht der Entdeckung wissenschaftlicher Ergebnisse zu wahren, wenn der Verfasser zur Zeit der Einreichung verhindert ist, das Ergebnis zu publizieren.

Der Besitzer hat jederzeit Einsichtsrecht und das Recht, seinen Brief wieder in Besitz zu nehmen. Bei Tod des Besitzers können Angehörige die Öffnung, aber nicht die Herausgabe beauftragen.

Die Académie behält sich das Recht vor, 100 Jahre nach Erhalt eines versiegelten Briefes, diesen zu öffnen und über dessen weitere Verwendung zu entscheiden.

Eine Komission der Académie prüft den Inhalt der geöffneten Umschläge und veröffentlicht ihn gegebenenfalls in den „Comptes Rendus de l’Académie des Sciences“, die seit 1835 bis heute regelmäßig erscheinen. Jährlich gehen durchschnittlich 60-80 versiegelte Briefe bei der Académie ein, in den 30er Jahren waren es durchschnittlich 120. Das Regelwerk der Académie wurde zuletzt 1990 aktualisiert. Es versichert, dass jede Einsendung akzeptiert werden muss, solange sie gewissen Vorgaben an Größe und Gewicht nicht überschreitet.

Wolfgangs Umschlag

Während den Vorbereitungen zur Tagung „50 Jahre nach Döblin: Entwicklung in der Theorie der Markovketten, Markovprozesse und Summen von Zufallsvariablen“, die 1991 in Blaubeuren stattfand, entdeckt Bernard Bru, Professor für Geschichte der Mathematik an der Université René Descartes, einen bis dahin unbekannten Brief von Wolfgang Döblin an Fréchet und kommt so dem versiegelten Umschlag auf die Spur.

Der Umschlag mit dem Manuskript wurde am 26. Februar 1940 unter der Nummer 11.668 in der Académie registriert.

Nach einigen Jahren der Mühen und Überzeugungskünsten bekam er endlich im Jahr 2000 die Erlaubnis der Académie und der Brüder Claude (Klaus) und Stephan (Stefan) Döblin, den Umschlag zu öffnen. Der Familie war die Bedeutung der mathematischen Arbeit Wolfgangs nie bewusst gewesen. (Stephan: „Sie werden Schwierigkeiten haben, ein ganzes Buch über Wolfgang zu schreiben"). Außerdem war Claude der Meinung, dass Wolfgang schon einen Grund gehabt haben wird, dass er die Möglichkeit des versiegelten Umschlags wählte und sein Manuskript nicht, wie einige andere davor, einem Kollegen oder Familienmitglied zur Aufbewahrung anvertraut hat.

Zusammen mit dem Wahrscheinlichkeitstheoretiker Marc Yor studierte Bernard Bru das Heft und fand zur allgemeinen Überraschung, dass Wolfgang Döblin schon 1940 eine Theorie entwickelt hatte, die heute unter dem Namen von Kiyoshi Itô bekannt ist. Kiyoshi Itô beschäftigte sich auch seit 1940 mit dem Satz von Kolmogoroff, der große Durchbruch gelang ihm in den fünfziger Jahren. Heute hat die Itô-Theorie große Bedeutung in vielen Bereichen der Natur- und Wirtschaftswissenschaften, insbesondere der Finanzmathematik.

Literatur

Marc Petit: *Die verlorene Gleichung. Auf den Spuren von Wolfgang und Alfred Döblin* („L'équation de Kolmogoroff"). Eichborn, Frankfurt/M. 2005.

Marc Petit: *L'Équation de Kolmogoroff. Vie et mort de Wolfgang Doeblin, un génie dans la tourmente*, Springer Science+Business Media, LLC, Volume 31, Number 2 (2009), 61-65.

Bernard Bru, Marc Yor: *Comments on the life and mathematical legacy of Wolfgang Doeblin*, In: *Finance and Stochastics* 6, (2002), 3-47.

Peter Imkeller, Sylvie Rœlly: *Die Wiederentdeckung eines Mathematikers: Wolfgang Döblin*, Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung, Band 15 (2007), 154 - 159.

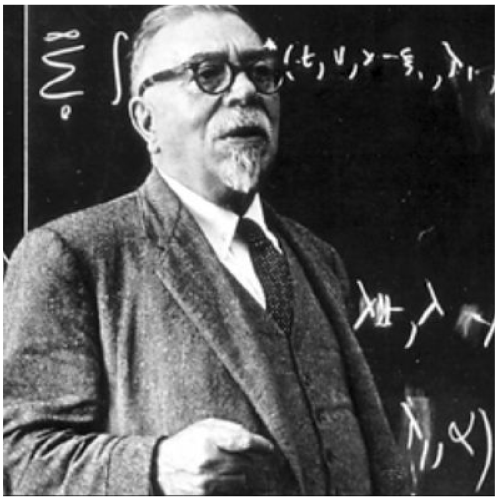
Fritz Otto Kappler: *Verloren in den Wirren des 20. Jahrhunderts*, Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung, Band 16 (2008), 52-53.

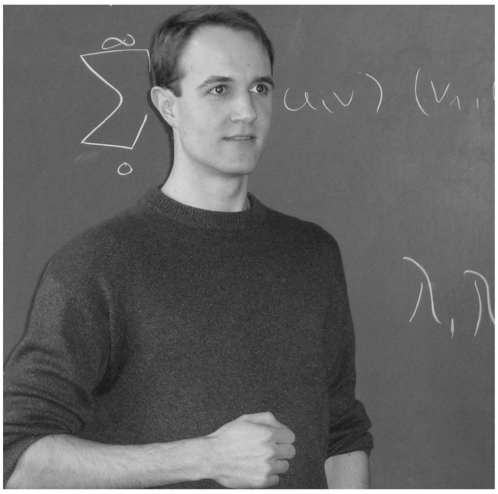
Agnes Handwerk, Harrie Willems: *Wolfgang Doeblin. A Mathematician Rediscovered*, DVD, Springer, Berlin 2007.

Jürgen Ellinghaus, Hubert Ferry: *Der versiegelte Brief des Soldaten Döblin*, Dokumentarfilm, Frankreich/Deutschland 2006, 86 Min., ARTE/RBB. DVD.

Norbert Wiener und John von Neumann – Genies und ihre (Gefangenen-) Dilemmata

Marco Schreiber und Felix Pogorzelski





Norberts Rede

Geboren wurde ich 1894 in Missouri in den USA. Aber eigentlich muss man sagen, dass mein Leben schon vorher begann, denn mein Vater hatte bereits vor meiner Geburt auf einer Pressekonferenz angekündigt, dass er aus mir ein Wunderkind machen wolle. Seiner Meinung nach ist Erfolg nämlich lediglich das Ergebnis guter Ausbildung und harter Arbeit. Angeborene Faktoren spielen kaum eine Rolle.
Als ich später die Einstellung meines Vaters kennen lernte, sank mein Selbstbewusstsein auf einen Tiefpunkt. Denn das bedeutete ja, dass ich gar nichts Besonderes war, sondern dass es eigentlich nur die Leistung meines Vaters war, dass ich Erfolg hatte. Es dauerte eine Weile bis ich mich von diesem Schock erholt hatte.
Nun ist es natürlich schwer zu beurteilen, welche Rolle die Gene bei so etwas spielen, aber zumindest kann man sagen, dass es meinem Vater gelungen ist, aus mir ein Wunderkind zu machen: Mit 3 Jahren begann ich zu lesen und mit 7 las ich schon psychiatrische Arbeiten und sogar Darwins Evolutionstheorie. Mit 11 kam ich an die Uni, machte mit 14 meinen Abschluss und hatte noch vor dem 19. Geburtstag meinen Doktortitel.
Das klingt jetzt so, als wäre mir immer alles leicht gefallen, aber beim Rechnen zum Beispiel tat ich mich schwer und nahm noch die Finger zuhilfe, als das schon längst nicht mehr gern gesehen war. Das kleine Einmaleins lernte ich nicht besonders schnell, und man kann sagen, dass ich mir überhaupt nichts schnell aneignete, was man rein mechanisch lernen musste. Andererseits begriff ich Prinzipien und Strukturen ziemlich schwieriger Vorgänge schon in sehr früher Kindheit.
Mein Vater erkannte, dass die rein mechanische Arbeit mich langweilte und nahm mich von der Schule um mich nach seinem selbst aufgestellten Lehrplan zu unterrichten. Der Unterricht lief im Allgemeinen solange gut, bis ich den ersten Fehler machte. Dann wurde mein lieber Vater zu einem Rachegott. Das erste Warnzeichen war ein scharfes “WAS?” Und wenn ich dann nicht sofort die richtige Antwort gab, hie es “Nochmal von vorn!”. Zu diesem Zeitpunkt war ich bereits eingeschüchtert und wenn ich dann noch meine Antwort “verbesserte” und es erst so richtig schlimm machte, riss meinem Vater der letzte Geduldsfaden und er beschimpfte mich mit Ausdrücken, die ich hier lieber nicht wiedergebe. Der Unterricht endete dann oft in einer Familienszene. Mein Vater tobte, ich weinte und meine Mutter versuchte, mich so gut sie konnte zu verteidigen. Häufig beruhigte sich mein Vater erst, als die Nachbarn klingelten, um sich über den Lärm zu beschweren. . .
Ja, mein Vater war schon sehr temperamentvoll, aber ich muss sagen, dass ich viel von ihm gelernt habe. Mit 9 Jahren war ich schon so weit fortgeschritten, dass ich in einer gewöhnlichen Elementarschule nichts mehr hätte lernen können. Es blieb also nichts anderes übrig als mich auf eine High School zu schicken. Ich muss dazu sagen, dass die High School in den USA ab der 9. oder 10. Klasse beginnt. Meine Mitschüler waren ca. 7 Jahre älter als ich und kamen mir bereits wie Erwachsene vor. Sie betrachteten mich als exzentrisches Kind, was es mir nicht leicht machte, Freundschaften zu schließen. Ich war eigentlich immer ein Außenseiter unter meinen Klassenkameraden. Das Problem eines Wunderkindes ist ja, dass es halb zur Welt der Erwachsenen und halb zur Welt der Kinder gehört. Und da mich mein Vater zu Hause unterrichtet hatte, fehlte mir der Umgang mit Gleichaltrigen. Mir blieb also nichts

anderes übrig als bei den Abschlussbällen unter dem Schreibtisch zu hocken und den anderen beim Tanzen zuzusehen.
Wenn wir von Wunderkindern sprechen, dann denken wir normalerweise an Menschen, die nach einer frühreifen Jugend auch als Erwachsene Erfolg hatten, wie zum Beispiel Mozart, Picasso oder Terence Tao. Oder vielleicht noch an solche, die als Wunderkinder aufgewachsen sind, dann aber in späteren Jahren abgestürzt sind. Viel wahrscheinlicher ist es doch aber, dass ein Kind nach einem außergewöhnlich frühen Beginn nicht gerade den Olymp erobert, aber einen Platz im Leben findet, der einen guten Durchschnittserfolg bedeutet. Wenn aber ein Wunderkind später nur mäßigen Erfolg hat, dann erzeugt das bei Freunden und Bekannten den Eindruck des Abstiegs und beim Kind selbst erzeugt es einen Mangel an Selbstvertrauen. Ein Wunderkind, das nicht auch einen außergewöhnlich starken Charakter besitzt, muss also schon eine Erfolgskarriere großen Stils machen, sonst betrachtet es sich wahrscheinlich selbst als Versager. . . und wird dann auch einer. Ich bin nur froh, dass ich als Erwachsener noch erfolgreich war. Ich weiß nicht, ob ich das sonst verkraftet hätte. . .
Als während des zweiten Weltkrieges klar wurde, dass auch die USA in den Krieg einsteigen würden, stellte ich mir die Frage, wie ich meinen Beitrag dazu leisten könnte. Als Soldat war ich wegen meiner etwas tollpatschigen Art äußerst ungeeignet. Ich habe mich deswegen entschieden an der Flugabwehr mitzuarbeiten.
Wenn man, wie ich, an militärischen Projekten arbeitet, muss man sich natürlich auch über die moralische Verantwortung im Klaren sein. Noch deutlicher wird diese Verantwortung bei meinen Kollegen, die an der Entwicklung der Atombombe beteiligt waren. Denn wenn man eine Waffe entwickelt, dann muss man auch damit rechnen, dass sie eingesetzt wird. Man muss sich daher fragen, ob die Institutionen oder Personen, denen man diese Macht in die Hände gibt, auch damit umgehen können. Ich sehe es daher als meine Aufgabe als Wissenschaftler an, genau zwischen den positiven und negativen Auswirkungen abzuwägen, und dann zu entscheiden, ob ich bereit bin, die Verantwortung für den Einsatz meiner Erfindung zu übernehmen.

Johns Rede

Geboren wurde ich, wie Sie vielleicht wissen, im Jahre 1903 in Ungarn. Mein Vater war ein erfolgreicher Bankier, der sich in der Meritokratie in Budapest einen guten Namen machte; so gut, dass er ihn im Jahre 1913 mit einem Adelstitel vergoldete; daher auch der Zusatz: von Neumann.

Mit meinen beiden jüngeren Brüdern wuchs ich in einem jüdischen Haus auf. Jüdisch zu sein war bei uns schlicht und einfach Tradition; die Religion nahmen wir alle nicht besonders ernst.

Mir wurde vor dieser Veranstaltung gesagt, dass ich auch einen Schwank aus meiner Jugend erzählen solle. Ehrlich gesagt war ich nie jemand, der sich mit der Dorfjugend draußen beim Fußball oder beim Raufen vergnügte. Eher begann ich sehr früh, mich für logische und abstrakte Strukturen zu interessieren. Schach habe ich auch viel gespielt. Und ja, Mathematik faszinierte mich stets aufs neue – so stark, dass mein Gymnasiallehrer für mich einen Universitätsdozenten (Michael Fekete) organisierte, der mich privat unterrichtete.

Meine Fähigkeiten wurden von meinen Eltern stets gefördert und dafür bin ich ihnen zu Dank verpflichtet. Allerdings war mein Vater immer gegen das Studium der Mathematik; man verdiene damit zu wenig, so sagte er.

Daher habe ich ab 1921, dem Wunsch meiner Eltern folgend, Chemieingenieurwesen in Berlin studiert. Ich habe die Zeit dort genossen und mich an dem Privileg erfreut, Albert Einsteins Vorlesungen zur statistischen Mechanik beizuwohnen. Und dennoch: Mein Herz gehörte schon damals der Mathematik. Mehrmals besuchte ich David Hilbert in Göttingen; ich schätzte stets seine axiomatische Herangehensweise an mathematische Problemstellungen. Trotz eines Altersunterschiedes von 40 Jahren entstand eine äußerst fruchtbare Zusammenarbeit, an die ich auch heute noch gerne zurückdenke. Und so kam es auch, dass ich ein Jahr nach meinem Abschluss als Chemieingenieur von Berlin und der ETH Zürich (das war im Jahr 1925) den Doktortitel erhielt – in Mathematik, versteht sich. Ich befasste mich im Rahmen meiner Dissertation erfolgreich mit einer Axiomatisierung der Mengenlehre. Offiziell war ich mein ganzes Studium über in Budapest eingeschrieben, aber die meiste Forschungsarbeit leistete ich in Göttingen. Das Eldorado der Mathematik – hier habe ich auch zum ersten Mal meinen geschätzten Kollegen Norbert Wiener getroffen. Es war spannend, geradezu aufregend, die Revolution in der Quantenmechanik um Physiker wie Werner Heisenberg, Max Born und Pascual Jordan am Ort des Geschehens mitzuerleben. Und sie wissen ja, wie das mit Physikern so ist. Sie haben außergewöhnliche, einschneidende und brillante Ideen und doch mangelt es so manchen am Bedürfnis oder an der Fähigkeit der korrekten Formalisierung. Diesen Part habe ich dann übernommen und ein – so denke ich – wohl durchdachtes Buch geschrieben, welche wesentliche Objekte und Zusammenhänge der modernen Quantenmechanik enthält; darunter z.B. Beiträge zur Thermodynamik, zur Entropie und der Theorie von Dichtematrizen.

Motiviert durch die physikalischen Durchbrüche Mitte der Zwanziger Jahre wandte ich mich der Funktionalanalysis zu und entwickelte zwischen 1927 und 1929 die zugehörige mathematische Theorie der linearen unbeschränkten selbstadjungierten Operatoren auf Hilberträumen. Den Physikern war das gerade recht, denn jetzt war es auch gerechtfertigt, dass sie sich keine großen Gedanken über den Unterschied von

und unbeschränkten Operatoren machen mussten.
In den folgenden Jahren beschäftigte ich mich weiter mit Funktionalanalysis und Ergodentheorie. So entstand die Theorie der nach mir benannten von-Neumann-Algebren und die Verbandstheorie; meinen Beitrag zur Ergodentheorie leistete ich im Jahre 1932 mit dem sogenannten Mittelergodensatz. Den entsprechenden Satz für die punktweise Konvergenz hat mir der Kollege (George David) Birkhoff leider vor der Nase weggeschnappt. Von meinem Beweis ließ er sich inspirieren und veröffentlichte sein Resultat ohne Absprache vor dem meinigen; eine Zusammenarbeit wäre mir wirklich lieber gewesen.
Parallel zur Funktionalanalysis forschte ich an der Spieltheorie; es ist die Idee, rationales menschliches Handeln in formalisierter Sprache zu erklären. Alles dreht sich dabei um die Frage, welche Strategie ein Handelnder (wir sprechen hier von einem Spieler) in einer bestimmten Situation wählen sollte, um sein im Vorhinein gestecktes Ziel zu erreichen. Dabei darf man die Strategie nicht mit einer allgemeinen Taktik (z.B. risikoaverses oder risikofreudiges Handeln) verwechseln; sie ist vielmehr die Gesamtheit der vom Spieler festgelegten Reaktionen auf alle möglichen Spielzüge seiner Gegner, von Beginn bis Ende eines Spieles. Nehmen wir z.B. das Schachspiel. Eine Strategie wäre dann: Sie beginnen mit dem linken, weißen Springer. Ihr Gegner hat nun 20 Möglichkeiten zur Reaktion. Das heißt: Sie gehen alle 20 Möglichkeiten durch und wählen in Abhängigkeit des Zuges Ihres Gegners Ihren nächsten Zug. Und auch hier müssen Sie alle Möglichkeiten durchgehen. Das sind dann 22 Möglichkeiten (14 für die Bauern, 5 für Springer 1, 2 für Springer 2, 1 für den Turm). Und so weiter und so fort, bis das Spiel aus ist. Die Anzahl der möglichen Strategien ist endlich, und viele davon setzen Ihren Gegner Schachmatt. Insofern ist Schach ein sehr langweiliges Spiel, weil es prinzipiell allgemein lösbar ist. Das Gute ist: Die Anzahl der Möglichkeiten ist so hoch, dass kein Mensch der Welt (und auch nach meinem Erkenntnisstand auch bisher keine elektronische Rechenmaschine auf dieser Welt) diese auch nur ansatzweise ordnen und kategorisieren kann – es gibt einfach zu viele. Also ist Schach doch nicht so langweilig. . . Wenn ich so in Ihre Gesichter schaue, dann habe ich den Eindruck, Sie verstehen das nicht. (Pause)
In Ordnung, betrachten wir einen überschaubaren Fall, ein sogenanntes Nullsummenspiel. Einfach gesagt, ist ein Nullsummenspiel ein Spiel, bei welchem der zu verteilende Gesamtgewinn (in welcher Form auch immer dieser vorliegt) fix ist; das heißt, ein Spieler kann nur dann dazugewinnen, wenn mindestens ein anderer verliert. (Zu einer Person im Publikum gewandt:) Kommen Sie doch einmal nach vorne. Ich habe hier dieses leckere Stück Kuchen. Wie schaffen wir es, den Kuchen möglichst exakt in zwei gleich große Teile zu schneiden, damit wir beide den gleichen Genuss erleben dürfen und keiner benachteiligt ist? (Antwort abwarten) Genau: ich werde den Kuchen teilen, aber Sie dürfen am Ende das Stück auswählen. Wenn ich also unfair teile, so nehmen Sie sich – zu Recht – das größere Stück. Ich werde also versuchen, dass Minimum an Kuchen zu maximieren, welches Sie mir überlassen; und mich überaus anstrengen, um den Schnitt mittig zu machen.

Natürlich ist das hier ein Beispiel auf Kindergartenniveau, aber die Idee steckt hier schon drin. Mitte der Zwanziger habe ich bewiesen, dass das sogenannte Minimax Theorem für eine große Klasse von Nullsummenspielen gilt, das heißt alle diese Spiele besitzen eine Lösung in der Art, wie ich es eben präsentiert habe. Diese Lösung kann

sowohl in Form einer reinen, als auch gemischten Strategie, also mit stochastischen Einflüssen, vorliegen.
Richtig interessant wird es, wenn Sie spieltheoretische Konzepte in der Militärwelt anwenden; aber dazu erzähle ich Ihnen vielleicht später noch etwas.

Tja, so Anfang der 30er Jahre wurde es in Deutschland düster; politische graue und braune Wolken zogen auf. Da kam es mir gerade Recht, dass mich die Universität in Princeton, New Jersey, USA, ab 1929 in regelmäßigen Abständen zu Gastprofessuren, Vorträgen und Forschungsprojekten einlud. Vier Jahre später nahm ich dann gerne das Arbeitsangebot des Institute of Advanced Study in Princeton an; ich liebte sofort die hochkompetetive und intellektuelle Atmosphäre inmitten von Ikonen wie Albert Einstein und Hermann Weyl. Ich begann zudem, mich ein wenig von der Idee der absolut reinen und bis ins letzte Detail ausformulierten, nicht bezwingbaren Logik zu lösen; der Unvollstndigkeitssatz meines geschätzten Kollegen Kurt Gödel aus dem Jahre 1931 hat bei mir seine Wirkung hinterlassen. Er besagt, dass es niemals möglich sein kann, mit mathematischen Mitteln die Sicherheit zu erhalten, dass die Mathematik widerspruchsfrei ist. Es sei hier bemerkt, dass dies weder ein philosophisches Prinzip, noch einfach eine plausible Annahme ist, sondern das Ergebnis eines rigorosen mathematischen Beweises von äußerster Eleganz. Äußerst beeindruckend übrigens, dieser Gödel...

Die ersten Jahre in Princeton vergingen sehr schnell. Die Hausparties, die ich zusammen mit meiner Frau organisierte, waren zentraler Bestandteil der akademischen Schicht vor Ort. Mariette beschwerte sich manchmal, wenn ich mich auf so einer Veranstaltung in mein Arbeitszimmer zurückzog um zu denken und erst nach einigen Stunden wieder auftauchte. Oder wenn ich vor einem Professor in byzantinischer Geschichte mit meinem Wissen über byzantinische Geschichte prahlte. Aber es musste sein. Wenn ich mein Hirn zu lange ausschalte, passieren seltsame Dinge. Daher ist es auch nicht verwunderlich, dass ich in den letzten Jahren mehrere Autos zu Schrott gefahren habe, einfach weil ich wegen geistiger Trägheit am Steuer fast eingeschlafen bin (Seufzer). Auch die Mathematik entwickelte sich weiter, rasend schnell. Manchmal bin ich frustriert, weil ich nur ein Viertel der Mathematik auf dieser Welt überhaupt verstehen kann. Jaja...

1937 war meine Ehe mit Mariette dann endgültig dahin. Das darauf folgende Jahr war dann wieder sehr lebhaft. Da in Europa Krieg in Verzug war, nutzte ich noch schnell die vielleicht letzte Gelegenheit, um dorthin zu reisen; nach Deutschland, nach Schweden, nach Dänemark,... wichtig war natürlich auch meine Neuverlobte Klara in die USA zu holen. Wir bekamen das Visum und heirateten am 17. November 1938. Da war ich ja auch schon immerhin drei Wochen von Mariette geschieden...

Naja, aber eigentlich war ich bei der Abkehr von der reinen, unumstößlichen Logik. Ich begann, mich mit angewandten Themen wie Neurobiologie und Wetter auseinanderzusetzen. Es wäre doch toll, biologische und klimatische Naturvorgänge in funktionierende mathematischen Modelle zu gießen; dazu braucht es ein ganzes Stück Logik, aber zum Lösen auch ein Faible für numerische Berechnungsmethoden. Nehmen wir z.B. das Wetter. Aus der Physik kennen wir einige Differenzialgleichungen der Luftdynamik. Das alles hat nichts mit Zufall und Stochastik zu tun, alles ist deterministisch. Hiermit lassen sich gute Modelle konstruieren; die Frage ist eben, wie man an die Lösung kommt, die aus theoretischer Sicht oft gar nicht explizit darstellbar ist. Sehen Sie das hier? (Hält Lochkarte in die Höhe) Richtig, das ist eine Lochkarte. Die meisten elektronischen Rechenmaschinen, die es damals gab, waren an ein festes Programm gebunden, welches entweder hardwaremäßig verschaltet war oder mit eben diesen Lochkarten eingelesen werden musste. Natürlich ist das nicht praktikabel; so war es nicht möglich, verschiedene Programme schnell hintereinander ablaufen zu lassen oder das Programm einfach zu ändern. Ich habe ein System entwickelt, welches Daten und Computerprogrammbefehle in einem Speicher enthält; damit waren dann einige Probleme gelöst. Ich könnte hier jetzt noch weiter ins Detail gehen und Ihnen etwas über Rechenwerk, Steuerwerk, Speicherwerk und Ein-/und Ausgabewerk erzählen, aber ich glaube, das würde Sie ohnehin langweilen. . . vielleicht noch soviel: ich habe die Vision, dass es in 50 Jahren sehr leistungsstarke Rechner geben wird, die etwa so aussehen könnten (zeigt Computer aus dem Jahr 2010). Die Hauptarbeit in der Computerforschung leistete ich in Zeiten, als in Europa der Krieg so richtig im Gange war. 1943 wurde ich in das Manhattan Projekt zum Bau der Atombombe in Los Alamos, New Mexico, eingebunden. Das von meinem Chef Robert Oppenheimer vorgegebene Ziel waren zunächst der Bau von drei Bomben. Sie können mir glauben, ein paar Jahre später hatten wir weitaus mehr. . . Es ist faszinierend, an einem solchen Projekt zu arbeiten und zu sehen, welche Einflüsse die Mathematik auf das politische Geschehen haben kann. 1945 wurde ich in das Target Committee für die Atombombenabwürfe auf Hiroshima berufen. Klar, ein solcher Angriff muss strategisch ordentlich geplant werden, da braucht man auch Mathematiker. . .

Nach dem Krieg ging die Arbeit in Los Alamos weiter, denn einige führende Militärs drängten immer mehr auf den Bau der Wasserstoffbombe, um stets gegen sowjetische Aggressionen gewappnet zu sein. Das kam mir aus verschiedenen Gründen gerade Recht. Zum einen ist Forschung mit dem Militär im Rücken sehr lukrativ; Geld ist in der Regel kein Problem und Forschungsfreiheit ist gewährleistet; Die RAND (steht für 'Research and Development') Cooperation, zu der ich seit 1948 gehöre, macht mir z.B. keine Vorschriften über die Gebiete, an denen ich forsche, wenngleich sie es natürlich gerne sieht, wenn ich mich mit militärischen Aspekten befasse. Das Geld kommt von der Air Force, da sind sie äußerst großzügig. Ein anderer Grund ist schlicht und ergreifend, dass ich die Russen nicht leiden mag. Dieses kommunistische Gedankengut und der linke Extremismus sind mir zuwider; in meiner Kindheit waren wir wegen des Kun Regimes gezwungen, für kurze Zeit nach Wien zu ziehen, und das alles wegen einer politischen Richtung, die eigentlich gar keine richtige ist. Bäh!

Tja, und da Luftproben über Japan vor fünf Jahren (1949) eindeutig Aufschluss darüber gaben, dass die Russen über atomares Waffenarsenal verfügen, war es 1950 an der Zeit, das Superbombenprojekt mit äußerster Sorgfalt und Ernsthaftigkeit anzugehen. Es ist in einer demokratischen Gesellschaft natürlich, dass eine Waffe mit Zerstörungskraft von ca. 1000 Hiroshimabomben zu ethischen Diskussionen führt. Wollen Sie wissen, wie ich darüber denke? Ich denke, dass eine Waffe niemals zu gro sein kann. Sie mssen gebaut werden, alle anderen Strategien führen nicht zu stabilen Gleichgewichten. Im November 1952 führten wir die ersten Tests durch; 65 Tonnen pure Kraft; die kleine Insel Elugelab in den Marshall Islands wurde evakuiert und danach von der Erdkruste gekratzt.

Heute schreiben wir das Jahr 1954 – die politische Spannung zwischen Ost und West hält an und es gibt Gerüchte, dass die Sowjetunion auch bei der Superbombe mit uns mithalten kann. Wir müssen nach vorne kommen und den Russen unsere Stärke zeigen. Ich werde meinen Beitrag als Kommissar der Atomic Energy Commission sowie als Mitglied des General Advisory Committees um Präsident Eisenhower leisten, so gut ich kann. So, und nun muss ich schon wieder weiter, ich habe noch eine Verabredung mit meinem geschätzten Kollegen Norbert Wiener. Ich danke Ihnen für Ihre Aufmerksamkeit und wünsche Ihnen einen guten restlichen Tag.

Ein fiktives Streitgespräch

`W:` Ich tue mich immer schwer damit, Innovationen als intrinsisch gut oder schlecht zu bewerten. Es kommt doch ganz darauf an, wie man sie einsetzt und ob die Institutionen, denen man sie aushändigt, etwas bewirken, was man im Allgemeinen als "gut" bezeichnen würde.

`JN:` Natürlich geht es hier nicht um eine Frage nach Gut oder Schlecht. Und meiner Meinung nach geht es schon gar nicht um Institutionen. Es geht hier schlicht und einfach um Fakten. Nehmen wir doch das aktuelle Beispiel der Bedrohung durch die Sowjetunion: (schreibt an die Tafel) Jede Nation, die unsrige und die SU, hat je zwei Strategien – Bau der Bombe oder nicht. Lassen Sie mich vereinfacht die jeweilige Bedrohungsstufe mit einer Zahl zwischen -3 und 0 quantifizieren. Je kleiner die Zahl, desto größer die Bedrohung. Die Fälle, wenn nur ein Land die Bombe hat und das andere nicht, sind trivial. Wenn beide Länder die Bombe nicht bauen, so herrscht ein instabiles Gleichgewicht; durch einseitiges Ausbrechen könnten sich die Russen in eine viel vorteilhaftere Position bringen. Wenn beide Länder die Bombe haben, so geht dies nicht mehr und das Gleichgewicht wird stabil. Das Gefahrenpotenzial ist freilich nicht von der Hand zu weisen, eine Optimallösung ist es nicht, die militärischen Mittel sind nun mal real. Aber nur so können wir Stabilität erreichen.

`W:` Wenn ich Sie richtig verstehe und ihren Gedanken weiter führe, dann gehen Sie davon aus, dass ein politischer Konflikt auf Basis künstlicher Erfahrungen ausgetragen werden soll. Also durch Ausprobieren einer großen Zahl von Kriegsspielen, denn reale Erfahrungswerte haben wir ja nicht. Sie müssten das durch Simulationen mit modernen Rechenmaschinen machen – doch hier sehe ich ein großes Problem: Können Sie die so programmieren, dass z.B. ein Sieg für den Computer das gleiche bedeutet wie für uns? Wenn ein Computer nur "auf Sieg" rechnet, könnte es doch zu einer Situation kommen, bei der auch die eigene Seite vernichtet wird.

`JN:` Sehen Sie, Vernichtung der eigenen Seite, das ist ja genau meine Rede. Daher sollten wir ganz schnell handeln. Im Übrigen haben wir konkrete Erfahrungen, darum machen wir ja auch die ganzen Atomtests im Bikini-Atoll. Hinsichtlich des Computers haben Sie Recht. Ich betrachte ihn als Abbildung des menschlichen logischen Denkapparates; er muss gut konzipiert sein und eine Vielzahl von Operationen gleichzeitig durchführen. Aber das ist möglich, wie mein JOHNNIAC- Computer es zeigt.

`W:` Mein Punkt ist, dass Computer keinesfalls über Menschen entscheiden sollten. Am Ende kommt es noch soweit, dass der Computer den roten Knopf zum Abwurf der Atombombe betätigt.

`JN:` Nicht der Computer trifft Entscheidungen, sondern die Menschen. Es geht hier doch um ganz klare, menschliche, rationale Abwägungen. Der Computer führt lediglich die Dinge aus, in denen er besser ist als wir. Wir haben Luftproben über Japan entnommen, die beweisen, dass definitiv eine Bedrohung durch sowjetisches Atomarsenal besteht. Wir haben die militärische Macht und die Möglichkeiten zum Erstschlag. Was hält uns auf? Warum sollten wir die Mittel nicht nutzen?

`W:` Sehen Sie, mit neuer Technologie können wir auf quasi "magische" Weise sehr wichtige und nützliche Dinge erreichen. Aber die Technologie tut nicht nur das, sondern sie ändert nebenbei auch die Welt um uns herum – und das nicht nur im positiven Sinne. Können Sie es ändern, dass in Hiroshima und Nagasaki 300.000 Zivilisten ums Leben gekommen sind? Sie waren doch dabei, oder? Was wir anstelle von Atomwaffen bräuchten sind Feedbacksysteme, welche die Strategie durch stetige Rückmeldung an die neue Situation anpassen. Wenn aber der rote Knopf erst einmal gedrückt ist, können wir nichts mehr korrigieren.

`JN:` Wie ich schon sagte viele Wirkungssysteme sind uns bekannt und durch unsere Tests im Pazifik kommen wir immer weiter voran.

`W:` Ja, und da versenken Sie ganze Inseln und verseuchen japanische Fischerkähne, deren Besatzung dann mit Krebs dahinvegetiert.

`JN:` Der Krieg war mit den Atombombenabwürfen zu Ende, oder nicht? Wir mussten ein klares Zeichen an die politische Führung Japans senden. Was helfen leere Drohungen? Was hilft vages Gerede über einen weitreichenden Effekt einer allgemeinen radioaktiven Verseuchung? Meine Vision ist, die generelle Schädigung des Lebens auszuschließen. Natürlich hat jede Aktion in diese Richtung auch ihren Preis. Die einzig relevante Frage ist doch, ob man diesen bezahlen will. Die USA wollen es. Ein Land ohne nukleare Macht und Möglichkeiten vielleicht nicht.

`W:` Ob eine militärische Aktion weise ist oder nicht, hängt doch sowohl von ihren unmittelbaren Auswirkungen als auch von ihren Langzeitfolgen ab. Der Abwurf der Atombomben hat zwar den Krieg beendet und Leben auf Seiten der Amerikaner verschont. Aber es ist doch offensichtlich, dass er auch den Grundstein für zukünftige Konflikte gelegt hat. Sind wir jetzt wirklich weiter?

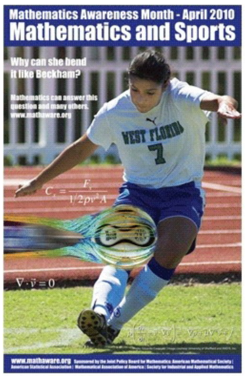
`JN:` Nein, weil wir hier 'rumsitzen und diskutieren! Ich sage Ihnen jetzt mal was: Was die Russen angeht, ist es keine Frage des 'Ob', sondern des 'Wann'. Wenn Sie sagen, warum sie nicht morgen bombardieren, so sage ich: 'Warum nicht heute'? Wenn Sie sagen, fünf Uhr, so sage ich: 'Warum nicht ein Uhr'? Sie sind doch Wissenschaftler, mein lieber Wiener. Wo ist Ihre Verantwortung?

`W:` Durch Ihre Arbeit an der Entwicklung neuer, gefährlicher Technologien kommt es immer zu dem Punkt, an dem Wissenschaftler unbegrenzte Macht in die Hände solcher Menschen geben, denen man hinsichtlich des Umgangs mit diesen Objekten am wenigsten trauen sollte. Ich sehe meine Verantwortung in der Einschätzung und Abwägung der Nutzen und der Gefahren. Würden Sie Ihrer Tochter eine geladene Pistole in die Hand drücken? Ich jedenfalls nicht... Mich schaudert es bei dem Gedanken, dass wir Wissenschaftler vom unabhängig Denker zu einem unvernünftigen Handlanger in einer Militärmaschinerie degradiert werden.

`JN:` Unabhängiger Denker, unvernünftiger Handlanger, Militärmaschinerie – was gedenken Sie denn mit Ihrer intellektuell-pazifistischen Ideologie zu bezwecken? Sie wissen doch genauso gut wie ich... (Telefon klingelt, J.v.N. geht dran und lässt den Hörer fallen)
Ich habe Krebs.

Rollende Ecken

Natalie Schmücker



„Der Ball ist rund", sagte der Alt- Fußballbundestrainer Sepp Herberger. Mein Beitrag zum Romseminar 2010 gilt dem Thema: **Mathematik und Fußball**. Ich spreche hiermit ein sehr aktuelles Thema an, denn schon bald findet die Fußballweltmeisterschaft in Südafrika statt und zudem war das Thema des Mathematics Awareness Month, April 2010, Mathematics and Sports.

Man kann zeigen, dass *rund* fast auf die neuen, offiziellen Fußbälle der Weltmeisterschaft 2010 zutrifft, dies aber nicht immer so war. Denn der gute alte schwarz-weiße Fußball besitzt Ecken und Kanten und ist ein archimedischer Körper. Er kann aber auch als Ikosaeder angesehen werden, dessen 12 Ecken zu Fünfecken geplättet wurden, und gehört damit zu den semiregelmäßigen Polyedern.

Platonische Körper bzw. regelmäßige Polyeder müssen konvexe, regelmäßige n-Ecke als Seitenflächen haben und an jeder Ecke treffen gleich viele Kanten zusammen. Dies ist genau bei fünf Vielecken der Fall: dem Tetraeder, dem Würfel (Hexaeder), dem Oktaeder, dem Dodekaeder und dem Ikosaeder. Der Fußball ist also ein Ikosaederstumpf, bei dem an jeder Ecke drei Kanten aufeinandertreffen. Eine solche Form hat z. B. auch das Kohlenstoffmolekül C^{60}.

Möchte man die Ecken und Kanten des Fußballs zählen, ist dies gar nicht so einfach und so kommt der Euler'sche Polyedersatz ins Spiel. Leonard Euler fand einen Zusammenhang zwischen Ecken, Kanten und Seitenflächen bei regelmäßigen, konvexen Polyedern und formulierte seinen Polyedersatz in dem Aufsatz „Elementa doctrinae solidorum" 1758. Mit diesem Satz kann man nun also leicht die Anzahl von Ecken, Kanten und Seitenflächen des Fußballs berechnen. Bezeichnet man mit e Ecken, mit k Kanten

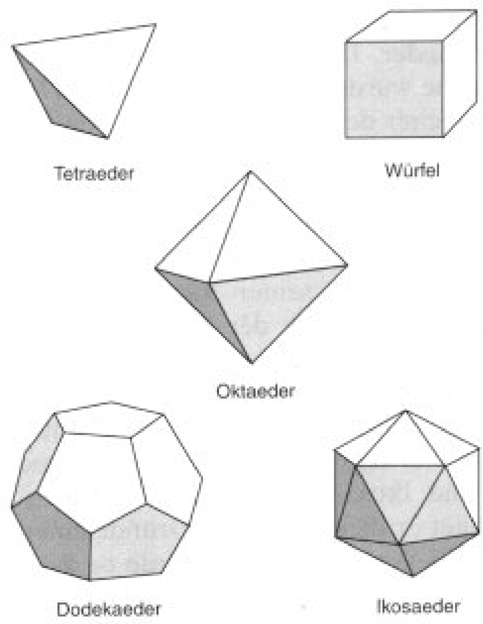


Abbildung 8.1: Platonische Körper

und mit s die Seitenflächen, so lautet die Euler'sche Polyederformel: $\boxed{\mathbf{e}-\mathbf{k}+\mathbf{s}=2}$

Diese Formel kann mit vollständiger Induktion bewiesen werden. Möchte man nun die Anzahl der Ecken, Kanten und Seitenflächen des Fußballs berechnen, beginnt man zunächst mit dem Zählen der Vielecke auf der Oberfläche des Balls. Dies ist in einer Ansicht des Balls als Netz nicht so schwierig und es ergibt sich, dass der Fußball aus 12 Fünfecken und 20 Sechsecken besteht. Nun kann man schauen, was an den Ecken des Balls passiert und durch ein Gleichungssystem mithilfe der Eulerśchen Polyederformel die noch fehlenden Größen berechnen. Es kommt dabei folgendes Resultat heraus: der altbekannte Fußball besteht aus 60 Ecken, 32 Seitenflächen und 90 Kanten.

Leonard Euler hat nicht nur hilfreiche Zusammenhänge für Polyeder gefunden, sondern auch zahlreiche mathematische, physikalische und mechanische Berechnungen angestellt. Viele Operationen, Formeln und auch Symbole gehen auf den Begründer der Analysis zurück. Der 1707 in der Schweiz geborene Mathematiker verfasste zahlreiche Schriften und etwa 50 Formeln und Gleichungen sind nach ihm benannt. Nachdem er im Todesjahr Newtons 1727 seine mathematische Laufbahn begann, entwickelte er zahlreiche Lösungsansätze für mathematische, physikalische aber auch mechanische Probleme. Dabei machte er die größten wissenschaftlichen Fortschritte an der Universität in St. Petersburg. Von Euler haben wir übernommen: das Summenzeichen $\sum$, die Notation $f(x)$ bei Funktionen, die Euler'sche Zahl e, die Euler-Bernoulli-Gleichung und schließlich die Euler'sche Polyederformel. Viele seiner Erkenntnisse enstanden erst nach 1740, als er bereits halbseitig erblindet war. Doch auch nach seiner volständiegen Erblindung

1771 forschte er mit Hilfe seiner zwei Söhne weiter. Leonard Euler starb 1783 an einer Hirnblutung, während er versuchte die Bahn des gerade gefundenen Planeten Uranus zu berechnen. Ihm zu Ehren wurden ein Mondkrater, ein Asteroid und eine Software benannt.

Somit kann der Zusammenhang zwischen Mathematik und Fußball durch Leonard Euler herbeigeführt werden.

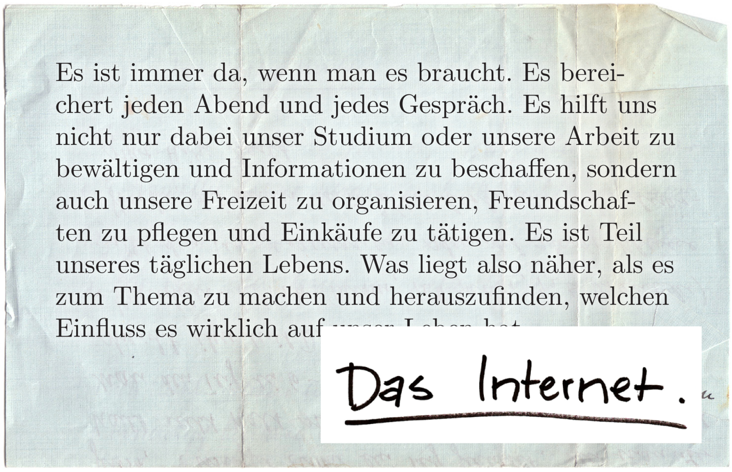
Allerdings entspricht der offizielle WM-Ball für die Fußballweltmeisterschaft 2010 nicht mehr dem klassischen Modell des Fußballs. Der "Jabulani" der elfte WM- Ball von adidas, soll durch thermisch gebundene 3D-Platten der rundeste Ball aller Zeiten sein. Im 21. Jahrhundert ist die Euler'sche Polyederformel zumindest teilweise überflüssig geworden.

Dennoch sind Leonard Eulers Erkenntnisse für die Mathematik sehr wichtig und werden auch in Zukunft nicht an Bedeutung verlieren.

Einmal WebNullNull und zurück, bitte!

Anne Weinert und Richard Pietsch

Ein Vortrag von Anne Weinert und Richard Pietsch über aktuelle Trends des „Web 2.0“ und die Zukunft des Menschen



1962. Im Auftrag der US-Luftwaffe wird am Massachusetts Institute of Technology der Grundstein für das Einundzwanzigste Jahrhundert gelegt. Es klingt wie die Einleitung zu einem spannenden Science-Fiction Roman, ist technisch gesehen zugegebenermaßen aber eher unspannend: Eine Verbindung von vier Computern – das „ARPANET“ – dient der Erforschung von dezentralen Netzwerken. Die Zielsetzung bestand darin, ein funktionierendes Modell zur informationstechnischen Verbindung von Forschungseinrichtungen und Universitäten zu schaffen. Dem zunehmenden Einsatz von Computern ist es gedankt, das auch dieser Vernetzungsgedanke immer stärker wird. 1990. Die US-Amerikanische „National Science Foundation“ entschließt sich – ein Jahr nach Erfindung des World Wide Web – dazu, dieses neue weltumfassende Netz zu kommerzialisieren. 1993. Der erste grafikfähige Webbrowser „Mosaic“ erscheint und verhilft dem „Internet“ zu einem gewaltigen Aufschwung. Im Zusammenspiel mit der rasenden Weiterentwicklung, den sinkenden Hardwarepreisen und den schier endlosen Anwendungsmöglichkeiten wird das Internet schnell auch für den Ottonormalverbraucher interessant. Dezember 2003, genau 10 Jahre später, tritt in der US-Ausgabe „Fast-Forward 2010 – The Fate of IT“ des CIO Magazins (eines Fachmagazin für IT-Manager) erstmals der Begriff Web 2.0 auf. Im Artikel „2004 – The Year of Web Services“ prognostiziert Eric Knorr, Chefredakteur des IDG Magazins „InfoWorld“, die Wege, welche das Web einschlagen könnte – und mit der Meinung, es würde sich vom reinen Werkzeug Informationsbeschaffung und -verteilung zu einem Service-Instrument wandeln, lag er richtig. Das Internet hat den Zweck zur reinen Wissensbeschaffung bei weitem übertroffen und ist zur Plattform geworden, auf der der Mensch nicht nur kommuniziert, sondern (mit Hilfe von Webservicey, siehe Abb. 1) wahrgenommen werden will. Man bezeichnet twittern als das Veröffentlichen einer maximal 140 Zeichen langen Nachricht auf der entsprechenden Plattform. Über „iTunes“ kann man mittlerweile nicht nur Musik kaufen, sondern erhält auch Zugang zu E-Books (digitalisierten Büchern), Filmen und Applikationen. „YouTube“ erfreut sich größerer Beliebtheit als das Fernsehen – denn auf dem stetig wachsenden Portal kann man kostenlos kurze Videoclips, aber auch ganze Dokumentationen ansehen und unter einem eigenem Benutzernamen hochladen. Seine Fotos veröffentlicht man auf „FlickR“ und kann sie so mit der ganzen Welt teilen. Eine zentrale Rolle nimmt auch „Facebook“

Abbildung 9.1: Eine Zusammenstellung von Webservices

ein, auf welchem man ein Profil über die eigene Person anlegen kann um darüber mit Freunden aus aller Welt zu kommunizieren, Fotos zu teilen, interessante Links zu verbreiten, etc. . . Auch als Marketinginstrument erfreut sich „Facebook“ immer größerer Beliebtheit. Seit Neuestem kann man auf „Blippy.com“ automatisiert seine im Web getätigten Einkäufe dokumentieren. Längst haben auch Politiker die Wichtigkeit des Internets erkannt – so ist der große Erfolg Obamas auch auf seine große Präsenz im WWW zurückzuführen. Im „StudiVZ“, dem deutschen Äquivalent zu „Facebook“ kann man seine Symphatien für bestimmte Parteien per Mausklick bekunden und Angela Merkel gruscheln (ein Kunstwort aus grüßen und kuscheln) – und Sie gruschelt sogar zurück. Als Studenten der Medieninformatik (siehe Abb. 2) sind wir mit all diesen Technologien vertraut und können uns nur schwerlich vorstellen, welches Unverständnis bei webunerfahrenen, beziehungsweise webaffinen Menschen gegenüber solchen Technologien herrscht. Das Buch „Payback“ von Frank Schirrmacher, dem Mitherausgeber der FAZ, welches den oben genannten Anwendungen extrem kritisch gegenübersteht, wurde zum Ausgangspunkt unserer Recherche. Es beleuchtet unter Einbeziehung aktueller Studien die Auswirkung der ständig Aufmerksamkeit fordernden Informationsflut auf den Geisteszustand der Gesellschaft. Schirrmacher betont auch speziell das Schwinden seines eigenen Aufmerksamkeitsvermögens, und sieht sich mit dem wachsenden Angebot überfordert. So beschreibt er den Menschen der Moderne als informavores rex – den König der Informationsfresser, dem es mitunter immer schwerer fällt, in der täglichen Informationsflut zwischen wichtigen und unwichtigen Informationen zu unterscheiden. Unser Umgang mit dem Internet lässt sich vergleichen mit dem Verhalten eines Löwen, welcher sich auf Nahrungssuche befindet. Sucht der Löwe bei seinem täglich Streifzug durch die Savanne nur nach großen Elefanten um sie mühsam und unter großem Risiko zu erlegen, so wird dieser schnell an seinem Jagdverhalten scheitern. Will es sich der Löwe hingegen leicht machen und jagt nur noch nach kleinen Mäusen, so ist dies zwar ohne größeres Risiko möglich, er müsste aber den ganzen Tag über immer wieder fressen und fressen, um bei dieser geringen Einzelmahlzeit nicht zu verhungern. Doch leider ist der Konsum von Informationen nicht so leicht bewertbar wir die Nahrungsaufnahme, denn es ist nur schlecht möglich zu erkennen, ob eine Information für uns wertvoll und nahrhaft ist, oder ob sie SPAM (also Abfall, unbeachtenswerte Information) bedeutet, ohne ihr Aufmerksamkeit zu schenken. Und da wir hinter jedem aufblinkenden SMS-Symbol, jedem aufschreiendem Klingelton, jeder neuen Instant-Message, jeder neuen Meldung auf unserer Facebook-Startseite vund all diesem Mäusekino um uns herum die wichtige Meldung des Tages erwarten, kann es schon einmal vorkommen, dass wir dabei den Überblick verlieren.

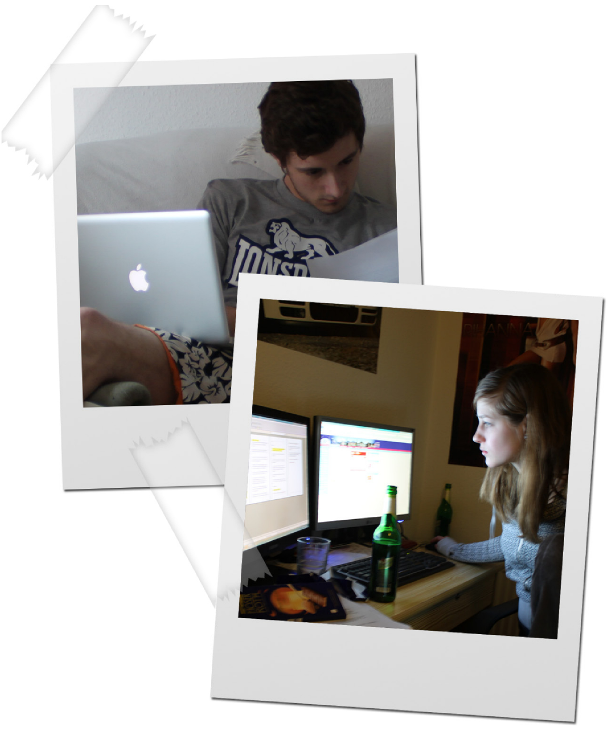


Abbildung 9.2: Informavores rex der Medieninformatik

Mit der Weiterentwicklung der Rechentechnik wurde auch der Begriff Multitasking zum Schlagwort einer Generation. Fast jedes Gerät kann es, und auch wir sollten uns dieses im Zeitalter der uns umgebenden Maschinen als „gute Eigenschaft“ zu eigen machen, um mithalten zu können mit der immer schneller werden Entwicklung der Welt, der immer mehr auf uns einprasselnden Informationsflut – Doch ist es für uns Menschen tatsächlich so einfach zu funktionieren wie unsere Computer und parallel an verschiedenen Aufgaben zu arbeiten? Der Stanford-Forscher Clifford Nass veranlasste eine Studie, die ans Licht bringen sollte welche besonderen Fähigkeiten Multitasker besitzen um diese Tugend gezielter erlernen zu können. Er konfrontierte hundert Studenten, die sich selbst in ihren Fähigkeiten als Multitasker einstuften in den Kategorien Konzentration, Erinnerungsvermögen und Ablenkungsverhalten mit einer Serie von elektronischen Bildern verschiedener Formen, Buchstaben und Nummern. Das Ergebnis war so unerwartet und ernüchternd, dass selbst der Initiator der Studie nur verwundert verlauten ließ: „Multitaskers were just lousy at everything, it was a total shock to me.“ Denn tatsächlich konnten sich diejenigen, die immerzu als Multitasker fungierten, nicht konzentrieren, waren leichter ablenkbar, konnten langsamer von einer Aufgabe zur nächsten wechseln und schlechter relevante von irrelevanten Informationen unterscheiden als die Vergleichspersonen ohne Multitaskinganspruch und -aufgaben. Fakt

Tschüss Internet! (War echt schön mit dir...)

ist, dass Multitasker schlechter gemultitasked haben, als die Personen, die normalerweise nicht multitasken. Es lässt sich also nicht erlernen – eine Erkenntnis, die sich nur schwer in die Realität einfügen lässt – in eine Leistungsgesellschaft, in der paradoxerweise das gleichzeitige Ausführen von Tätigkeiten zur Notwendigkeit geworden ist und scheinbar durch neue Technologien gefördert wird.

Aber können wir uns mit diesen Meinungen identifizieren? Sind diese Studien vielleicht nur polarisierende Statistiken oder Versuche, der Entwicklung, welcher sich jede Gesellschaft und jeder technologische Fortschritt unterziehen muss, einen bitteren Beigeschmack zu geben? Ist es vielleicht nur Kritik von Menschen, die nicht mehr „mitkommen" in diesem neuen Zeitalter? Wie wahr sind diese Aussagen und Erkenntnise für die Menschen, die uns umgeben und vor allem: Wie wahr sind sie für uns? Schließlich wurden mit jedem erblühenden Medium der Informationsverteilung und Kommunikation auch Stimmen laut, die mit ihr das Ende der Gesellschaft prophezeiten – so wurde zu Goethes Zeiten Lesen als blöde, schwach und arbeitsunfähig machend proklamiert. Als in den 50er Jahren Comics populär wurden, weissagten besorgte Eltern: „Sie verursachen einen intellektuellen Verfall". In den 70ern war es der Walkman, der Teilen der Gesellschaft aufstieß. Ärzte ließen verlauten, sie würden Schäden in Gehör und Gehirn hinterlassen, Soziologen prognostizieren die Vereinsamung des Menschen. Das heute als „der Menschheit schadende" betitelte Medium ist der Computer, der nach Aussagen von Wissenschaftlern aggressiv und dumm macht.

Im Üblichen Anflug von Größenwahn beschlossen wir, die Autoren des Artikels, der Sache auf den Grund zu gehen. Um die Theorien und Studien auf das von uns beobachtete Verhalten im Alltag besser übertragen zu können, entwickelten wir zunächst zwei Charaktere. Diese stellen stellvertretend und überspitzt ihren Umgang mit den neuen Technologien dar, greifen bereits einige Kritikpunkte auf und führen uns an die Problemherde des Themas heran (siehe [Anhang]).

Der experimentelle Teil sollte auf drei Ideen ruhen. Dem Themenkomplex „wie sensibel gehen wir mit unseren Daten um" kamen wir näher, indem wir uns auf Straßen Dresdens mit großen Pappplakaten, auf die wir unsere StudiVZ Profile gebannt hatten, begaben. Unser nächster Schritt bestand darin, eine Umfrage zu entwickeln, in der wir alle Personen, die wir sowohl physisch als auch digital erreichen konnten zu ihrem Verhalten im Netz befragten. Um aber auch unsere eigenen Gewohnheiten aufdecken zu können, beschlossen wir ein Experiment zu wagen, dass unser Leben für einen Monat völlig verändern sollte. Es war uns unklar, wie weit das Internet schon Alltag für uns ist, und inwieweit es uns prägt. Natürlich greift es in die meisten Bereiche des Privaten und Geschäftlichen ein – aber ist dadurch sofort eine Abhängigkeit und damit die Unmöglichkeit des Verzichts gegeben? Für uns gab es nur eine einzige Möglichkeit die Wahrheit zu finden: Wir starteten den Selbstversuch Web Null Null. Der Titel unseres Experiments steht pragmatisch für die Zeit, bevor das Internet in unser Leben Einzug hielt – oder um es anders auszudrücken: Für ein Leben ohne Internet.

Das Experiment bestand aus folgendem: für vorerst einen Monat wollten wir im privaten Bereich völlig auf das Netz verzichten. Im Geschäftlichen – dass muss an dieser Stelle hervorgehoben werden – konnten wir es nicht wagen vollständig auf Briefverkehr umzusteigen, da wir uns zu dieser Zeit gerade in unserem Praktikumssemester befanden. Um diesen Verlust nicht durch übermäßige Handynutzung kompensieren zu können entschieden wir uns dafür, auch diese Geräte größtenteils zu ignorieren. Wir begannen im Vorfeld damit, Freunde und Verwandte sowohl telefonisch als auch mit Hilfe von Rundmails in sozialen Netzwerken zu benachrichtigen – sogar eine eigens dafür angelegte Internetseite (`www.webnullnull.de`) sollte unseren Bekanntenkreis von unserem Vorhaben informieren. Und die Reaktionen hätten unterschiedlicher nicht sein können: Da gab es diejenigen, die nur Unverständnis äußerten, die aktuell üblichen Kommunikationsmittel nicht nutzen und so vermeintlich absichtlich Beziehungen brechen zu wollen. Aber auch Bewunderung über den Mut, den wir aufbrachten, einen so gigantischen Schritt zu wagen und eine selbst auferlegte Zeitreise zu erleben, wurden uns kundgetan. Kurz bevor wir den Sprung in das web-freie Zeitalter realisierten, schrieben wir beinahe panisch die letzten Mails, tätigten dringende Überweisungen und verschickten unsere Adresse mit Bitte um Briefe und Postkarten.

Webnullnull – Ein Erfahrungsbericht

Dann kam der Tag Null. Zunächst war es eine große Hürde, die sich scheinbar selbstständig bewegenden Hände von der Tastatur fern- und davon abzuhalten das Internet zu jeder Kleinigkeit zu befragen. Google als unser täglicher Begleiter hat es ja sogar schon in den Deutschen Duden geschafft. Und auch das allwissende Orakel „Wikipedia“ hat für Studierende einen höheren Stellenwert, als vielen Professoren lieb ist. Als die Selbstverständlichkeit langsam verblasste, mit welcher wir uns dem nicht enden wollenden Informationsschatz des Internets bedienten, wurde uns mit jedem weiteren Tag bewusst, auf wie viel wir tatsächlich verzichteten. Im strömenden Regen mussten wir zur nächsten Bank laufen, um die anstehende Mietüberweisung tätigen zu können. Fahrstrecken zu planen wurde nicht nur durch das notwendige Studieren der Haltestellenpläne direkt an den Haltestellen erschwert, es wurde teilweise völlig unmöglich, da es für Angebote wie „Mitfahrgelegenheiten“ keine offline-Alternative gibt. Vom aktuellen Tagesgeschehen erfuhren wir nur durch Gespräche – wie schafft man es auch neben dem Studium aus einer Tageszeitung (in Papierformat – gibt es das überhaupt noch?) die wichtigsten Informationen herauszuziehen. Die Freizeitgestaltung überließen wir unseren Freunden, da es für uns schier unmöglich war herauszufinden, wann welcher Film oder welches Theaterstück läuft und wie die Kritik dazu aussieht. Und wie plant man seine Sommerferien, wenn die Termine dafür von der Hochschule nur online bereit gestellt werden? Glücklicherweise fand unser Experiment nicht während des Semesters statt – denn Manuskripte und andere Unterlagen sind heutzutage fast ausschließlich per Internet zugänglich.

Erstaunlich war, dass unsere engen Freunde, welche sowieso viel Zeit mit uns verbringen, tatsächlich von allein und unangemeldet zu Besuch kamen, und wir nicht nachts allein in unseren Wohnungen gelangweilt auf den schwarzen Bildschirm starren mussten, ohne dass dieser etwas von der Außenwelt preis gab. Menschen, die man sonst nur ab und zu traf, eben weil sie gerade zufällig per Instant Messaging erreichbar waren, blieben allerdings fern. So konzentrierte sich unsere Nachmittagsbeschäftigung auf eben die Personen, welche wir wirklich als Freunde (und nicht nur „Facebook-Friends“) bezeichnen können – unsere lockeren Bindungen zu Bekannten wurden größtenteils vernachlässigt, weil diese Bekannten eben Menschen sind, die man nicht extra anrufen würde um sie zu treffen, sich aber trotzdem freut, wenn man sie irgendwo zufällig sieht. Am Arbeitsplatz fiel es uns ohne private Mails, studiVZ und ICQ viel leichter konzentriert zu arbeiten. Keine große Überraschung wenn man bedenkt, dass laut einer Studie (die britische Wochenzeitung „The Observer“ berichtet) verschiedener britischer Universitäten im Schnitt 30 bis 40 mal in der Stunde das Postfach auf neue Mails überprüft wird und dabei die Hälfte der gesamten Arbeitszeit verloren geht. Auf einmal hatten wir mehr Zeit für Dinge, die wohl sonst viel zu kurz kommen – Klavier spielen, Sport, Bücher lesen, Freunde treffen – und schlafen.

Um in dieser Zeit unseres persönlichen Verzichts nicht ganz untätig zu sein, entschieden wir uns – wie bereits angedeutet – für ein gewagte Aktion auf dem Dresdner Weihnachtsmarkt. Wir wollten nicht nur herausfinden, was das Internet mit uns „macht“, sondern auch, wie viel wir im Internet über uns selbst preisgeben. Die Diskussion über den „gläsernen Menschen“ wirkt fast ironisch, wenn man bedenkt, wie viel man im Netz über Fremde erfahren kann – und beängstigend, als wir herausfinden, wie viel selbst wir von uns im Internet für alle Welt zugänglich machen. So trugen wir die persönlichsten und pikantesten Informationen, die wir auf unseren eigenen studiVZ-Profilen finden konnten, zusammen und schrieben sie auf großen Pappplakaten nieder, um sie im Anschluss über den gut besuchten Weihnachtsmarkt am Körper zu tragen. Den überraschten Blicken der Öffentlichkeit ausgesetzt, ernteten wir hier und da ein Lächeln für diese Aktion, andere starrten kommentarlos auf die Plakate und konnten lesen wie wir heißen, wo wir wohnen, wann wir Geburtstag haben, was wir studieren, welche Musik wir mögen, aber teilweise auch welche politischen Ansichten wir haben – Informationen die man normalerweise niemandem so ungezwungen auf die Nase binden würde. Wir bekamen

Kritik von einigen Menschen, die uns mitteilten, es wäre verantwortungslos so viel von sich in der Öffentlichkeit kund zu tun. Und von vielen Passanten erfuhren wir im Gespräch sogar von persönlichen Erfahrungen und hörten teils unglaubliche Geschichten im Zusammenhang mit sozialen Netzwerken – so berichtete uns eine ältere Frau von ihrer Enkelin, welche aufgrund einer unbedacht veröffentlichen Information in einem sozialen Netzwerk für Schüler so sehr schikaniert wurde, dass nur ein Schulwechsel das Problem lösen konnte. Ein anderes Pärchen, welches sich tatsächlich über das Internet kennenlernte, konnte über unsere Aktion nur schmunzeln. Die Reaktionen zeigten uns aber im Großen und Ganzen, dass sich sehr viele Menschen aus den unterschiedlichsten Altersgruppen dieser Problematik bewusst sind. Etwas geschockt wirkte eine junge Frau, welche wir ohne Vorwarnung nur nach ihrem Namen und ihrem Alter fragte – etwas gereizt teilte sie uns mit, sie würde nie einem Fremden Fragen dieser Art auf offener Straße beantworten. Eine ernst gemeinte Entschuldigung und Erklärung später musste sie jedoch zugeben, sowohl diese Daten und sogar ihre Adresse, mehrere Fotos von sich selbst, ihre ICQ-Nummer und weitere private Informationen im studiVZ veröffentlicht zu haben. Und dort kann sie (sofern man es nicht anders einstellt) von jedem eingesehen werden. Ohne das man es mitbekommt, oder überhaupt gefragt wird.

Auch die Antworten vieler anonymer Umfrageteilnehmer warteten auf unserem Webserver. Es gab keine großen demografischen Überraschungen – die Ergebnisse entsprachen größtenteils unserem eigenem Umgang mit dem Internet beziehungsweise dem angenommenem Verhalten der breiten Masse. Ein unerwartetes Ausmaß nahm hingegen der Part ein, in welchem wir den Teilnehmenden die Möglichkeit geboten hatten, persönliche Einschätzungen in Prosatext zu hinterlassen. So zum Beispiel eine 17-jährige, die sich wünscht, die Leute würden wieder mehr raus gehen. Ein 36-jähriger ist sich sicher, dass die Weltwirtschaft ohne Internet zusammenbrechen wird. Eine Frau beichtet, sich selber beim Ausspionieren von ehemaligen Freunden oder Ex-Freunden erwischt zu haben. Eine andere gesteht das Internet gruselig zu finden, da es ihr unkontrollierbar scheint. Ein 17-jähriger meint, dass Internet ist die beste Erfindung der Menschheit, eine 19-jährige: „Es ist ein wichtiger Teil meines Lebens geworden."

Was bleibt? Nach den tollen Diskussionen und Anregungen nach unserem Vortrag, den vielen persönlichen Eindrücken und den Schilderungen anderer Personen sind wir keine „Feinde" des Internets geworden. Wir sind keine fanatischen Kritiker und haben unsere studiVZ-Profile nicht gelöscht, aber verändert. Wir sind uns stärker der Folgen bewusst, welche unser Umgang mit den uns gegebenen Möglichkeiten dieses digitalen Zeitalters haben kann. Und wir haben diese Möglichkeiten zu schätzen gelernt. Unsere Kommunikation mit Instant Messagern wie ICQ oder Skype haben wir stark eingeschränkt – auf Arbeit bleibt es ganz aus. Wir haben festgestellt, wie sehr wir uns von unwichtigen Dingen ablenken ließen und dabei auch gelernt, dass „Multitasking" in der von den Medien propagierten Form nicht existiert. Wir haben erfahren dürfen, dass ein Leben ohne Internet tatsächlich möglich ist, das Internet dieses aber auf viele verschiedene Weisen bereichern kann, solange man nur bewusst mit diesem Medium umgeht, welches unsere Gesellschaft bereits zweifellos verändert hat. Hier ist sicher noch einiges an Arbeit und Aufklärung notwendig.

Anhang – Zwiegespräch

Hi, ich bin 42 Jahre alt – und was das Internet angeht bin ich vollkommen up to date.

Guten Tag, ich bin 47 Jahre alt – Mit dem Internet hab ich jetz nich sooo viel am Hut.

Ich arbeite in einem mittelgroßen Unternehmen welches stark am wachsen ist. Da gehts ja ohne Internet auch eigentlich gar nicht.

Als Kind bin ich auf dem Land groß geworden, da gab es sowas eh nicht – man brauchte es ja auch nicht.

Die Arbeit macht schon viel Spaß, da schieb ich öfters mal Überstunden. Aber ich will ja auch vorankommen.

Seit nun schon über 15 Jahren habe ich hier um die Ecke mein eigenes Restaurant. Gemütliches Ambiente, gutes Essen – da kommen die Gäste wie von allein.

Im Job muss man immer erreichbar sein. Also ICQ und Handy ist quasi immer an.

Ich koche sogar selbst – meine Frau liebt es sag ich Ihnen! Und meine Tochter kellnert bei uns.

Mein Handy – das ist genial! Damit kann ich überall telefonieren und Mails schreiben, also viele Arbeiten gleichzeitig erledigen. Eine tierische Zeitersparnis sag ich Ihnen!

Ich halte nichts von diesen kleinen Fast-Food Läden die es jetzt überall gibt. Ich sehe die zwar nicht als Konkurrenz an, aber ich habe Mitleid mit den Menschen, die aus Zeitmangel alles in sich hineinschlingen ohne zu wissen, was sie da eigentlich konsumieren!

Ich liebe mein Blackberry, wirklich!

Meine Frau arbeitet auch mit im Restaurant – sie macht vor allem den Einkauf, aber das können Frauen ja gut!

. . . und es ist auch toll zwischendurch mal ne SMS von meiner Freundin zu bekommen – neben all dem Stress von Arbeit ist das mal eine gute Ablenkung.

Sie hat mir vor paar Jahren auch so ein Handy geschenkt damit ich sie anrufen kann, wenn ich etwas vergessen habe, was sie einkaufen soll. Ich habe Sie nie verstanden warum mir wegen des Telefons auf einmal wieder einfallen soll was wir noch kaufen müssen. . .

A propos, da kann ich Ihnen etwas Tolles sagen. Ich bekomme dieses Jahr mein erstes Kind. Meine Freundin hat mich sofort angerufen als sie es erfahren hatte, sie glauben nicht wie ich mich gefreut habe. . .

Irgendwann ist das Ding mir in einen Kochtopf gefallen und dann war es aus. Aber ich brauchte es eh nie wirklich.

Ja, ein bisschen Angst hab ich ja schon. Wir haben uns in so einem Eltern-Forum im Netz angemeldet, und was man da alles so liest, was für Schwierigkeiten da auf einen zukommen.

Meine Tochter sagt immer, ich soll Werbung machen. Aber davon habe ich keine Ahnung. . . Und extra jemanden dafür einstellen? Ich bin doch kein riesen Nobelrestaurant!

Auf Wikipedia hab ich jetzt gelesen das 2-6% aller auftretenden Fälle vom plötzlichen Kindstod am ersten Tag nach der Geburt auftreten.

Außerdem – wie soll das denn funktionieren? Soll ich da den Leuten Schnitzel in den Briefkasten schieben?

Erstaunlich, dass auch niemand da so die Ursachen erkannt hat. Hab bestimmt ne halbe Stunde gegoogelt.

„Bei uns gäbs das auch mit Beilage!“ Super Werbung. . .

Das is auch wieder so ein Punkt wo ich denke, dass es extrem wichtig ist erreichbar zu sein. Wenn mal was passiert, dann kann man sofort reagieren.

...oder ich verteile Sammelgurkenscheiben, und nach dem zehnten Schnitzel hat man dann einen Salat-Selbstbausatz zum sofort Genießen. Nein nein, meine Tochter sagt ich solle im Internet Werbung machen!

Oder auch einkaufen – bei meinem Job habe ich gar keine Zeit für große Shoppingtouren – da bin ich doch auf Amazon und eBay viel schneller – und oftmals ist es sogar billiger. Und das Internet hat auch 24 Stunden am Tag offen.

Aber für „das Internet" hab ich doch gar keine Zeit.. und wenn ich ehrlich zu Ihnen sein darf.. ich hab doch überhaupt gar keine Ahnung, was ich da machen muss. Das ist mir alles zu umständlich und kompliziert und überhaupt ist ja eh alles auf Englisch da...

Bisher hatte ich erst 2 oder 3 mal Pech mit Sachen, die ich im Internet bestellt habe, aber schwarze Schafe gibt es ja überall.

Nicht das ich kein englisch könnte ... es ist einfach nichts für mich. Ich habe einfach gar keine Lust, mich damit zu beschäftigen.

Einmal – ja einmal da hatte ich sogar richtig Glück. Und das ist noch gar nicht so lange her. 3 Jahre jetzt...

So einen Computer hab ich ja auch, nicht etwa!

Ein bisschen peinlich ist es mir ja schon... aber manchmal findet man im Internet die besten Sachen die es gibt.

Aber da macht meine Frau nur die Abrechnungen dran – Meine Angelegenheiten regel ich lieber persönlich.

Ich hab nämlich meine Freundin im Internet kennen gelernt.

Im Internet sind eh nur picklige pubertierende 13-jährige unterwegs, wegen ner Werbung im Internet kommen DIE nich zu mir ins Restaurant.

Ich hab da auf so ner Vermittlungsseite ihr Profil gesehen. Und was ich am besten fand war, das sie sich nich gleich halbnackt da gezeigt hat. Nein – sie sah einfach natürlich hübsch aus. Und auch der Rest von ihrem Profil sprach mich total an.

Außerdem findet man da im Internet ja sowieso alles, nur nich das wonach man sucht, glaube ich.

Dann haben wir uns erst geschrieben. Erst nur so Mails, dann ICQ. Und ich wusste halt sofort, was sie interessiert.

Und diese Emils oder Imäls oder wie das heißt, is doch Blödsinn. So ein Brief ist da doch viel *persönlicher.*

Ich hab dann nach Ihrem Lieblingsautor gegoogelt, ein Buch runtergeladen, die Biografie bei Wikipedia gelesen – und war sofort perfekt informiert.

Mein Tochter, ja, die kennt sich da richtig aus. Und da sagt sie immer ich soll das doch auch mal probieren, ich würde ja so viel verpassen...

Und als wir dann mal bei mir zu Hause waren war sie ganz überrascht als ich das neue Album ihrer Lieblingsband aufgelegt habe. Bei iTunes total billig runtergeladen und auf die Anlage gezogen – topp sag ich Ihnen!

Wenn ich da manchmal sehe wie sie so schreibt, meine Tochter, chatten nennt man das glaube ich. Lesen – tippen – lesen – tippen – lesen dann seh ich sie grinsen und dann hämmert sie wieder auf die Tasten ein... mir würde da ganz schwindlg werden...

Ich will nicht sagen, dass das Internet das alles einfach gemacht hätte – nein man muss schon selber Initiative ergreifen. Aber an bestimmten Stellen ist es eben doch ganz schön hilfreich.

Abgesehen davon das ich vermutlich ewig brauchen würde bis die Tastatur auch das macht, was meine Finger wollen...

Wir machen das jetzt auch auf Arbeit so. Wenn sich jemand bewirbt schauen wir erstmal was derjenige so im Internet über sich schreibt.

Ich brauch das alles nicht. Und bisher hab ich auch so ganz gut mein Ding gemacht. Auch was die Leute so kaufen im Internet. Die kaufen und kaufen und kaufen, und vergessen dabei gut essen zu gehen...

Das müssen sie sich mal vorstellen: da hat sich einer beworben, der hat da auf youTube ein Video hochgeladen wo man sieht wie er kifft!

Vor allem wissen die Leute ja auch gar nicht WAS sie da kaufen. Gut, dass das Internet einem ja aber immer sagt, was den Leuten gefallen muss.

„Lieber Herr XY, wir danken Ihnen für Ihre Bewerbung und Ihr Interesse. Wir bitten um Verständis, dass wir Ihnen keinen positiven Bescheid geben können.“ Man hätte auch sagen können: „Kiffer stellen WIR nicht ein!“

Und auch was man da immer so hört, von wegen Pornografie und so... eigentlich ist ja alles im Internet illegal und verboten, aber geben tut es das eben doch.

Ein Kollege hat das Video dann bei Twitter gepostet, sie können sich gar nicht vorstellen, was wir für einen Spaß in dieser Woche hatten.

Ich bleib lieber bei gesunder gutbürgerlicher Küche und Gesprächen von Mensch zu Mensch.

Ganz ehrlich? Ich finde das Internet ist die großartigste Erfindung der Menschheit.

Und ich brauch auch keine Werbung im Internet.

Google, Facebook, YouTube, Onlinebanking, und immer die neusten Nachrichten als erster lesen. Schon erstaunlich wie viel Zeit da manchmal für draufgeht.

Wenn Ich so sehe was manche Leute da so machen, das ist schon interessant. Und wem das gefällt, der soll das auch nutzen... Mit ist das nur alles zu skurril, und ich führ auch so ein ganz gutes Leben denke ich!

Ich kann mir ein Leben ohne Internet garnicht vorstellen!

Punkte machen Politik – Ein Schauspiel in fünf Akten

Stephanie Hoffmann und Loreen Pogrzeba
Inhaltliche Betreuung durch Dr. Michael Korey

Bildliche Präsentation: Stephanie Hoffmann
Lyrische Passagen: Loreen Pogrzeba
Originalscans mit freundlicher Unterstützung der SLUB Dresden

Personen (in der Reihenfolge ihres Auftretens)
OBERHOFMARSCHALL: Dr. Michael Korey
ERZÄHLER: Loreen Pogrzeba
KURFÜRST AUGUST: Stephanie Hoffmann
MATHEMATIKUS: Loreen Pogrzeba

Wir danken
MICHAEL KOREY für die Reise ins 16. Jahrhundert und sein persönliches Engagement. MARKUS WACKER für seine Anregungen, sein Engagement und die offenen Türen beim Rom-Seminar. RAINER NAGEL für das Ersinnen des Rom-Seminars und seine Bereitschaft zur Orakelei. Dem Kostümverleih „Kreative Engel“ in Dresden für eine bemerkenswerte Ausstattung.

DES SCHAUSPIELS I. AKT

Oberhofmarschall. Erzähler.

OBERHOFMARSCHALL. Dem Thema „Punkte machen Politik“
haben wir uns gleich versprochen
drum lauscht in fünf Akten uns’rem Lied
und euer Aufmerk sei ungebrochen.
Ich bin Lord Chamberlain,
euer Oberhofmarschall.
Ihr werdet allerlei Gefolge seh’n
und so manch nichtigen Vasall.
Bei einem - und nur bei einem! -
sollt ihr von euren Stühlen aufsteh’n.
Einzig Kurfürst August und keinem
ander’n sollt ihr dies Prozedere zugesteh’n.
Dies üben wir nun mit einer Probe:
Wenn ich klopfe, so steht ihr auf - [na los, hinauf, hinauf!]-
Dann seht ihr den Kurfürsten in seiner Robe
und ich zähle alle seine Titel auf.
Danach setzt ihr euch auch schon nieder - [na los, hinunter wieder!]
und lauscht unser fürstlich’ Gnaden.
Und damit genug meiner Lieder.
Es spinnt fort der Erzähler unseren roten Faden.
(platziert sich im Hintergrund)

ERZÄHLER. Willkommen seid ihr uns, ihr Leute
zu unserem Stück im Dreigespann.
Dazu nehmen wir Euch heute
mit ins ALTE Dresden und beginnen sodann.
Stellt euch vor, wir walten zu einer Zeit
am sächsichen Hofe eines Kurfürsten
zu der Regenten landeswärts und -breit
nach mathematischer Ergötzung dürsten.
Hierzu gehörte auch jener, der zu viele Namen trägt,
als dass es sie aufzuzählen lohnte,
es geht um August, der Sachsen väterlich hegt
sobald er es seit 1553 [Wik] bethronte.
(geht ab)

DES SCHAUSPIELS II. AKT

Oberhofmarschall. Kurfürst. Mathematikus.

KURFÜRST. *(tritt energisch durch die Tür)*
OBERHOFMARSCHALL.

(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden) Erhebet euch!
„Augustus Herzog von Sachsen,
des heiligen Römischen Reichs Erzmarschalk und Churfürst,
Landgraff in Döringen,
Marggraff zu Meissen,
und Burggraff zu Magdeburg!" [Wik]
[Wohlan, husch, husch, in die Senkrechte,
bevor er im dunklen Kerker schmächte!
Na, wer spannt da gar nicht erst die Waden -
nun erhebt euch gefälligst gebührend!
Behauptet bloß, ihr seid über fürstlich Gnaden erhaben,
diese Annahme ist mehr als irreführend!]

KURFÜRST. Oberhofmarschall, hole er mir den Mathematikus!
OBERHOFMARSCHALL.

(geht ab und kommt mit dem Mathematikus zurück)
Durchlaucht, der Mathematikus.
(tritt in den Hintergrund)

MATHEMATIKUS.

(tritt vor mit Buch in der rechten Hand und Schriftrolle unter dem Arm) Fürstliche Gnaden, Ihr habet mich rufen lassen?

KURFÜRST.

Mathematikus, ich habe Kunde erhalten von einem Werke zur Kunstfertigkeit der Geomantie - ist es ihm in seinen Studien bekannt geworden?

MATHEMATIKUS.

Sprechen Durchlauchtigster von dem Werk Groß Planenten Buch sampt der Geomanci? Freilich studiere ich derzeit die Parallelen zwischen diesem frischen Schreibwerke und dem altehrwürdigen Buche Ars Geomancie.

KURFÜRST. Und worum handle es sich bei dieser Kunst?
MATHEMATIKUS.

Diese Kunst wurde besonders von den Arabern getrieben, welche die Punkte mit einem Stabe in den Sand zeichneten [Gre09]; daher stammt die Bezeichnung Geomantie.

KURFÜRST. Jene Araber, die nicht unserem Erlöser dienen?

MATHEMATIKUS.

Ja, diese. Aber das sollte Eurer Fürstliche Gnaden nicht scheuen, denn die Begierde, zukünfftige Dinge zu erlernen ist ja so alt als der beseelte Erd Klump selbst, welchen wir Mensch nennen. „Punktiren ist sodenn die Kunst, aus Punkten, die ungezählt entworfen und in gewisse Figuren gebracht sind, zukünftige Dinge zu erforschen." [Ric80, S. 16]

KURFÜRST. Er spricht von Orakelei?
MATHEMATIKUS.

So ist es. Ein tummes Vieh lebt blind in den Tag hinein da hingegen ein kluges Auge auch in die Ferne schauet und manchem sonst gefährlichen Zufall durch zulängliche Gegenverfassung vorzubeugen weiß.

KURFÜRST. Nun denn, so möge er es mir zeigen!
MATHEMATIKUS.

„Das Verfahren ist folgendes: Zuerst wird die Frage, deren Beantwortung man wünscht, auf ein Blatt geschrieben." [Ric80, S. 16]
(zeigt auf ein Blatt auf dem Tisch)
Haben Durchlauchtigster ein Anliegen, deren Deutung ihr begehret?

KURFÜRST.

Durchaus. Die Angelegenheiten eines Kurfürsten wiegen schwer. Auch mir ist nicht stets vergönnt, jede Intrige zu erblicken, so dass ich seine Dienste der Sterndeutung schon oft in Anspruch nahm. Für diese erste Erprobung soll eine weniger gewichtige Frage ersucht werden.
(denkt kurz nach, sinnierend, wie noch im Nachdenken sprechend)
Der Hofbuchbinder des Fürsten von Anhalt-Dessau, ein Meister seines Metiers, lieget krank darnieder:
(beugt sich zum Blatt herab und schreibt)
„Wirtt Jochym lynck dyses lagers sterbenn?" [Aug76, S. 117]

MATHEMATIKUS.

Ist die Frage gestellet, dann entwirft man, ohne dabei zu zählen, vier Reihen Punkte.

KURFÜRST.

(aufbrausend) Sollen wir uns wie ein Araber in den Dreck stellen und mit einem räudigen Stocke Striche scharren?

MATHEMATIKUS. *(verbeugt sich in Demut, weicht zurück)*

Euer Fürstliche Gnaden, Durchlauchtigster, bei Eurem Stande seid ihr weit über dieses Praktizieren erhaben. Das Medium ist seiner gleich, so weit Ihr der Feder ihren Lauf lasst, wie viel Punkte sie machen will. Auch soll Durchlauchtigster sich aller affecten, so viel möglich, entbinden, und aus dem Sinn schlagen, und weder allzufröhlich noch erzürnet [. . .] seyn, denn dadurch wird das Gemüthe perturbiret und eine unrichtige Figur gemachet.

KURFÜRST. *(ungehalten, mit Nachdruck)*

Und wie stelle er sich das vor? Fragen von umfassender Natur, die uns täglich zugegen sind, verdrängt der Geist nicht.

MATHEMATIKUS.

(Gleichfalls mit Nachdruck) Eben aus diesem Grunde ist ein freier Geist umso stärker vonnöten, weil gerade er durch die Geomantie Dinge offenbahren möge! Wie solches aber zugehet, kan der Mensch nicht wissen, sondern der Geist, der invisibilis motior, der die Hand führet, offenbahret sich und redet also durch die Puncta Geomantie. So befreie Fürstliche Gnaden Euren Geist und setzte die ersten vier Reihen von Punkten!

KURFÜRST. *(punktiert)* Diese habe ich gesetzet.
MATHEMATIKUS.

Dies Verfahren wird noch dreimal wiederholt, so dass man in vier Gruppen sechszehn Reihen Punkte bekommt.

KURFÜRST. *(punktiert)*

Die Reihen habe ich vollendet. Was folgt nun, Mathematikus?

MATHEMATIKUS.

Nun untersucht man, ob die Zahl der Punkte in jeder Reihe eine gerade oder eher ungerade ist. Verbindet hierzu jeweils zwei Punkte mit einer Linie.

KURFÜRST. *(verbindet die Punkte)* Das habe ich getan.
MATHEMATIKUS.

Ist die Anzahl der Punkte in der Reihe eine gerade Zahl, so bemerkt man dies am Ende der Reihe mit zwei Punkten, ist sie eine ungerade, mit einem.

KURFÜRST.

Wohlan, dann zur ersten Linie. Die Zahl der Punkte ist gerade, drum setze ich zwei Punkte.

MATHEMATIKUS. Recht so.
KURFÜRST.

Die zweite Linie zählt ebenso gerade und ich setzte erneut zwei Punkte. Die dritte zählt ungerade, also setze ich hier nur einen Punkt. Und die vierte zählt ebenso ungerade und ich setze auch hier nur einen Punkt.

MATHEMATIKUS.

Ja. Alsdann, Euer Durchlauchtigst, ihr habt nun Eure erste geomantische Figur gebildet. Es bleiben noch drei Figuren zu formen. Bei jeder Figur kommen sechzehn Möglichkeiten in Frage, wie die Punkte geordnet sind.

KURFÜRST.

Und die Formung der Figuren wiederhole ich nun für alle Blöcke?

MATHEMATIKUS. So ist es.

KURFÜRST. *(bildet die Figuren)*
Nun habe ich derer vier seltsame Zeichen gebildet. Fahret fort mit der Erläuterung, Mathematikus.

MATHEMATIKUS.
Die erhaltenen Figuren müssen nun in ein geomantisches Tableau eingeordnet werden. Ich habe ein leeres Tableau bereits vorbereitet.
(reicht es ihm)
Ordnet die oberste Figur zur Rechten und alle folgenden zu ihrer jeweils Linken.

KURFÜRST. *(studiert kurz)*
Ah, ich übertrage die oberste Figur also auf Position 1 und die Figur darunter auf Position 2 und so weiter?

MATHEMATIKUS.
Ja, Fürstliche Gnaden haben das Verfahren verstanden.

KURFÜRST. *(murmelt)*
Zwei Punkte . . . zwei Punkte . . . ein Punkt . . . ein Punkt . . .

MATHEMATIKUS. *(zeigt parallel)*
Diese vier Figuren bilden die Grundfiguren, Mütter genannt. Sie bestehen aus vier Körperlinien: Einer Kopflinie, einer Nackenlinie, einer Rumpflinie und der Fußlinie. Aus diesen Müttern werden nun vier Tochterfiguren geformt.

KURFÜRST. Und wie forme ich diese?

MATHEMATIKUS.
Die erste Tochter bildet sich aus den Köpfen der Mütter. Ihr nehmet den Kopf der ersten Mutter und setzet ihn als Kopf der ersten Tochter.

KURFÜRST.
Der Kopf der ersten Tochter besteht also aus zwei Punkten.

MATHEMATIKUS.
Ja. Nun nehmet den Kopf der zweiten Mutter und setzet ihn als Nacken der ersten Tochter.

KURFÜRST. Der Nacken bestehet denn aus zwei Punkten.

MATHEMATIKUS.
Alsdann nehmet den Kopf der dritten Mutter bestehend aus einem Punkte . . .

KURFÜRST. *(unterbricht)*
. . . für den Rumpf der ersten Tochter. Und schließlich bildet der Kopf der letzten Mutter den Fuß der Tochter.

MATHEMATIKUS. Wahrhaftig, Euer Fürstliche Gnaden.

KURFÜRST.
Und die zweite Tochter bildet sich aus der Nackenlinie der Mütter?

MATHEMATIKUS. Sehr wohl, Euer Fürstliche Gnaden . . .

KURFÜRST. *(unterbricht)*
Demzufolge werden die dritte und vierte Tochter aus der Rumpflinie und Fußlinie der Mütter gebildet.
(beugt sich über das Blatt und zeichnet)

MATHEMATIKUS.

Ja, Euer Durchlaucht haben es erkannt. Und aus diesen acht Figuren wiederum werden die vier Nichten formiert. Hierzu addiert man nun die Punkte der einzelnen Körperlinien der zwei darüber stehenden Figuren. Ist das Ergebnis gerade, so zeichnet man zwei Punkte; ist es ungerade, einen Punkt. Für die erste Nichte nehmen Euer Fürstliche Gnaden die Figuren an den Positionen 1 und 2.

KURFÜRST.

Wohlan. Dann besteht der Kopf der ersten Nichte aus zwei plus zwei Punkten. Also einer geraden Zahl. Der Nacken besteht aus drei Punkten, also einer ungeraden Zahl. Rumpf und Fuß aus jeweils drei Punkten und somit ungeraden Zahlen. Und das müssen wir wiederum für alle Nichten vollziehen?

MATHEMATIKUS. Das seht ihr richtig, Fürstliche Gnaden.

KURFÜRST. *(ungeduldig)*

Das ist aber ein reichlich umständlich Verfahren, dass er uns hier aufbürde! Ein derart aufwendiges Prozedere stiehlt uns wahrlich viel Zeit.

MATHEMATIKUS. *(beschwichtigend)*

Seid versichert, Durchlauchtigst werden mit ein wenig Übung das Tableau behende aufstellen können, denn ab dieser Stelle bleibt sich die Berechnungsvorschrift gleich. Nach Vollendung der vier Nichten bildet Ihr die zwei Zeugen und zuletzt den Richter.

KURFÜRST. *(taxiert ihn, knurrig)*

Wir werden es auf euer Wort ankommen lassen.
(wendet sich dem Blatt zu und vollendet es)
Und nun - was soll ich darauf deuten?

MATHEMATIKUS.

Die Figur des Richters wird uns Aufschluss geben. Ich schlage sie in meinem Deutungswerk nach.
(schlägt nach) Es ist das geomantische Zeichen Carcer, das Symbol für Gefängnis und Kerker. [Gre09]

KURFÜRST. Das ist kein gutes Zeichen.

MATHEMATIKUS.

Fürstliche Gnaden, so ist es zu meinem Bedauern. Es sagt zwar Verzögerungen voraus, aber bewirkt zum Ende Missgünste in den meisten Fragen. [Gre09]

KURFÜRST.

Und das ist alles, was er mir zur Deutung anzubieten hat?

MATHEMATIKUS.

Nein, Durchlauchtigster, angelehnt an die hohe Kunst der Sterndeutung, können auch die astrologischen Häuser zu Rate gezogen werden. Es gibt derer zwölf. Je ein Haus für jedes Tierkreiszeichen.

KURFÜRST. Und wie wende ich die Häuser an?
MATHEMATIKUS.

Eure Frage betrifft die Gesundheit des Buchbinders, über die das sechste Haus Kunde spricht. Drum richten wir unseren Blick auf die geomantische Figur an sechster Position. Dort sehet Ihr Caput Draconis, den Drachenkopf, der Krankheit und Leiden verschlimmert. [Gre09]

KURFÜRST. Auch dies verspricht kein gutes Ende.

(Zum Publikum gewandt)

„Jochim Linck mack seyne gedankcen zu gott richtten, seynes lebens furchtte ich wyrtt nicht lange seynn alhier auff erden, doch Gott ist almachtick.“ [Aug76, S. 117]

(geht ab)

OBERHOFMARSCHALL.

(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden)

Erhebet euch!

MATHEMATIKUS. *(folgt in gebührendem Abstande)*

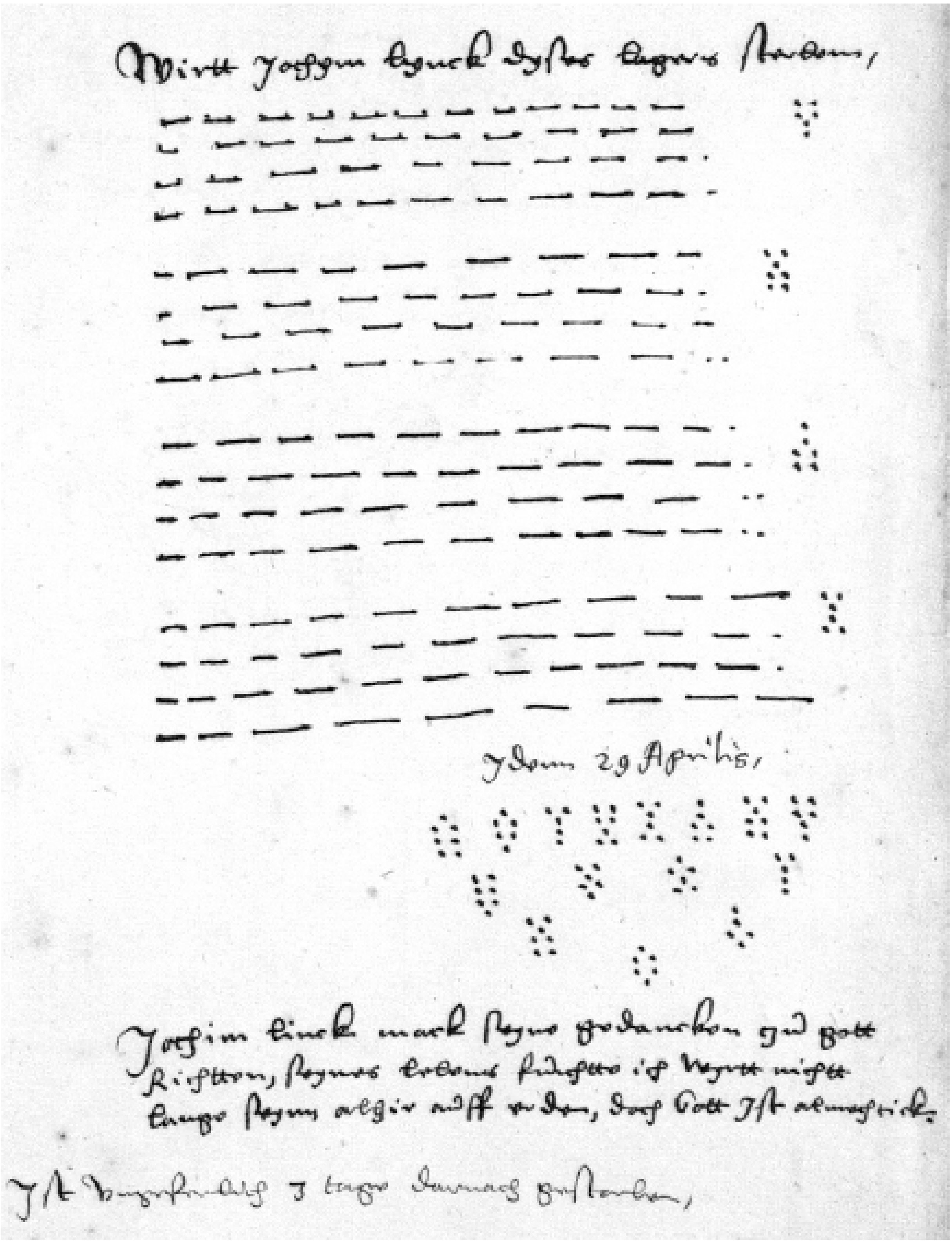


Abbildung 10.1: Tableau zum Tode Jochym Lyncks [Aug76, S. 117]

DES SCHAUSPIELS III. AKT

Oberhofmarschall. Erzähler. Kurfürst.

ERZÄHLER. Ach, ihr lieben Leute steht ja immerdar,
so setztet euch doch nieder,
sobald August nicht mehr zugegen war,
streckte jeder Höfling seine Glieder.
August wollte soeben guter Dingk
mit der Kunst der Geomantie erraten
die Kunde über das Schicksal von Joachim Link,
und diese ließ dann nicht lange auf sich warten:
„Ist augenscheinlich drei Tage darnach gestorben"[Aug76, S. 117],
vermerkte August auf dem geomantischen Tableau.
Mit dieser Todesweissagung hat ihn im Stück die Geomantie umworben
Und er berief sie bei seinen täglich' Belangen ab da immer so.
Nachweislich ist dies jedoch nicht die erste Frage, die er gestellet.
Seit 1556 [Ric80, S. 18] erwähnte er das Punktieren gelegentlich im Briefverkehr.
Und seit diesem Jahr hat zu unserem Beispiel sich gesellet
eine Masse von weit über tausend Fragstücken ihrer mehr.
Oft auch mehrmals an einem Tage
punktierte er gebündelt zu großer Zahl
in einem Fragstück eine Frage
und traf dann eine politische Entscheidung oder persönliche Wahl.
Dabei zog er mehrere Verfahren der Orakelei zu Rate [Ric80, S. 16],
punktierte, ordnete, rechnete und befragte die Sterne.
Doch betrachten wir es nun von seiner Warte:
Der Kurfürst präsentiert seine Fragstücke doch gerne!
(geht ab)

KURFÜRST. *(betritt den Raum mit Pergamenten in der Hand)*

OBERHOFMARSCHALL.
(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden) Erhebet euch!
„Augustus Herzog von Sachsen,
des heiligen Römischen Reichs Erzmarschalk und Churfürst,
Landgraff in Döringen,
Marggraff zu Meissen,
und Burggraff zu Magdeburg!" [Wik]

KURFÜRST.
(nimmt Feder auf, schreitet punktierend durch den Raum, liest dabei vor und gibt Fragstücke danach ins Publikum) „Werdenn dye pohlenn eyn andern kunnick auserhalb der kay[ser?] vnd des veyden[?] in sibenburgen Steffan Watori wehlenn? Anno 1576.
Daraus schlysse ich, weyll dye zal 12 der Radyx eyne bestendyge vnd gutte zall ist, dass sie ihn lassenn zum bestenn und drittenn kunnick auch werden."[Aug76, Folie 1a]
„Hyndertt mich in der Magdenburgischenn Sache Andres Vonn Tragtorff beym Administrator?" [Aug76, Folie 3b]

„Ist die Heirat mit dem von Alentzon[?] vnd der Konigin von Engellandt geshlossenn?“ [Aug76, Frage 31]
„Was heltt doch Landtgraff Wilhelm ab, das er sich in Concordien wergk nicht mit vns vergleichenn will?
Weill die bosen Signa die gutten vnb 9 zahlen vbertreffen, so wirdt geurtelt das Landtgraff Wilhelm nimandes anders in Concordien Wergk von Vns abhelt, als bose falsche vngetrewe leutte, vnd sein alzu verwirreter kopff, so doch wenig leutte sich nach demselben richten, Vnd vber das ficht ihn ahn der hoffertige Teuffel mit dem Ehrgeitz [-cz? etc.], Das er sich nach anerleutte richtenn muste. Dises samt alß kurztlich die vrsachenn die ihn Landtgraffen Wilehlm von disenn heilsamen Concordien wergkt abhaltten.“ [Aug76, Frage 52]
„Wirdt die Spanische Armada in Engellandt fallen. 15 Gut zum Nein zu 8 Bose zum Ja, also nein!“ [Aug76, Frage 218]
(geht ab)

OBERHOFMARSCHALL.
(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden)
Erhebet euch!

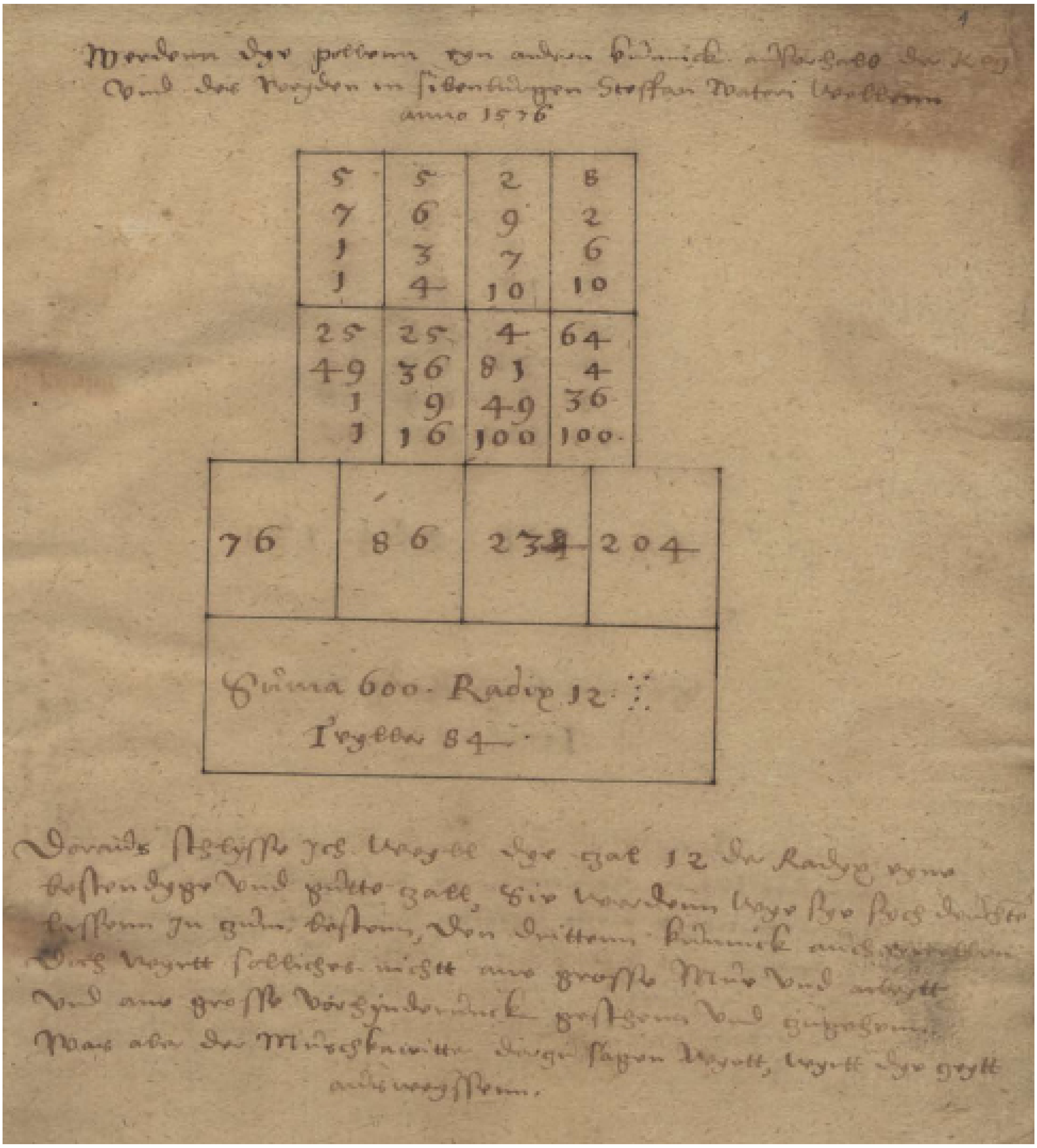


Abbildung 10.2: „Werdenn dye pohlenn eyn andern kunnick auserhalb der kay[ser?] vnd des veyden[?] in sibenburgen Steffan Watori wehlenn? Anno 1576.
Daraus schlysse ich, weyll dye zal 12 der Radyx eyne bestendyge vnd gutte zall ist, dass sie ihn lassenn zum bestenn und drittenn kunnick auch werden.”[Aug76, Folie 1a]

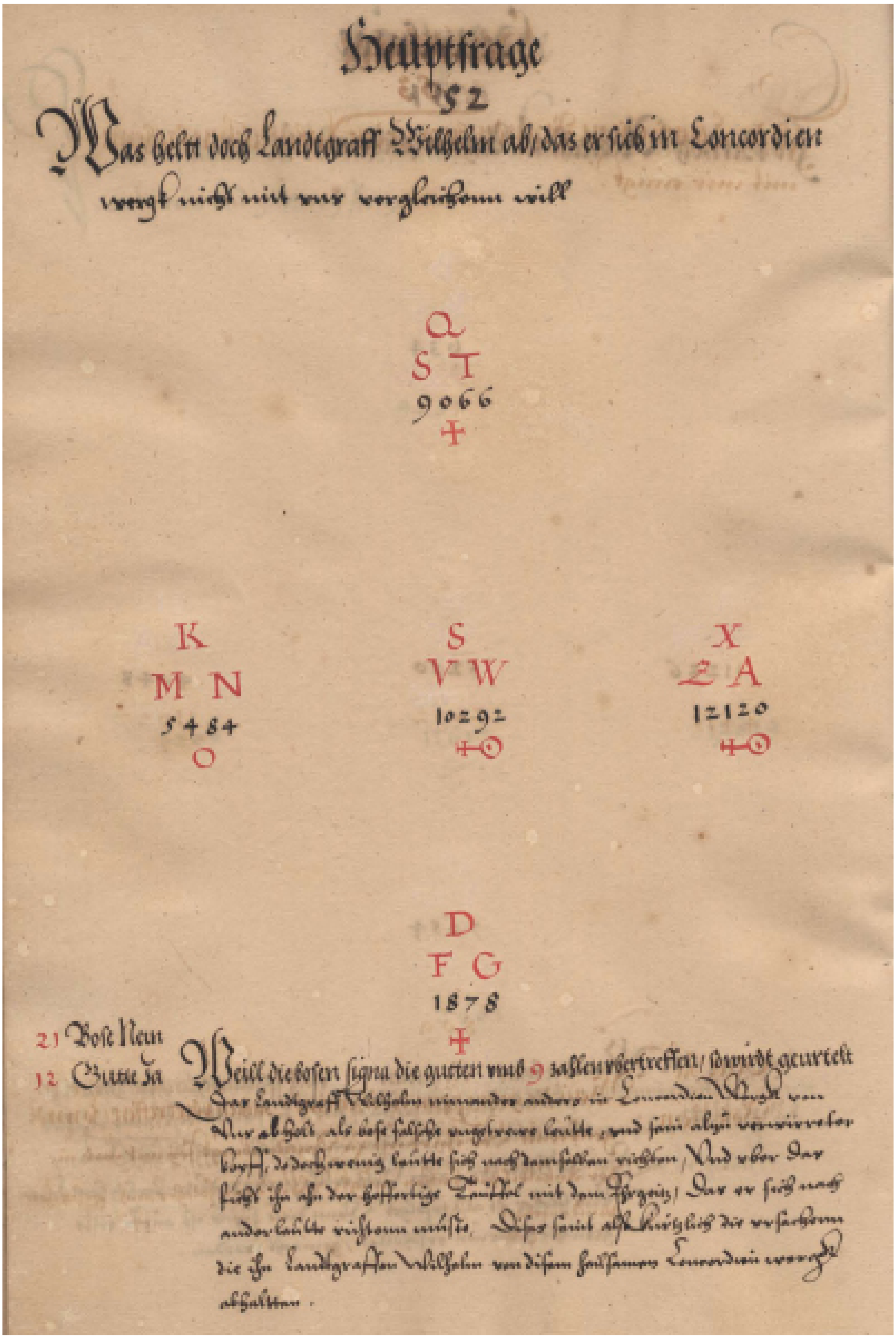


Abbildung 10.3: „Was heltt doch Landtgraff Wilhelm ab, das er sich in Concordien wergk nicht mit vns vergleichenn will?“ [Aug76, Frage 52]

DES SCHAUSPIELS IV. AKT

Oberhofmarschall. Kurfürst. Mathematikus.

KURFÜRST. *(tritt rasend durch die Tür)*
OBERHOFMARSCHALL. *(erschrocken, klopft hastig, haspelt)*
Erhebet euch!
„Augustus Herzog von Sachsen,
des heiligen Römischen Reichs Erzmar ... „ [Wik]

KURFÜRST. *(unterbricht, fährt Oberhofmarschall an)*
Hole mir den Mathematikus!

OBERHOFMARSCHALL.
(eilt von dannen und kommt mit Mathematikus zurück)
Durchlaucht, der Mathematikus.
(tupft sich mit einem Taschentuch die Stirn, tritt in den Hintergrund)

MATHEMATIKUS. Euer Fürstliche Gnaden, ihr habet gerufen.
KURFÜRST. *(außer sich)*
Mich erreichte soeben die Kunde, dass meine Tochter Elisabeth vor zwei Wochen eine Tochter gebar.

MATHEMATIKUS. *(vorsichtig)*
Welch freudige Nachricht, Euer Fürstliche Gnaden.

KURFÜRST. *(erzürnt)*
Freudig? Das geomantische Tableau prophezeite einen wackeren Knaben! [Ric80, S. 20]

MATHEMATIKUS.
Durchlauchtigst, dürfte ich das Tableau studieren?

KURFÜRST.
(kramt auf dem Tisch und wirft ihm das Blatt vor die Füße)
Hier, sehe er selbst und judiziere!

MATHEMATIKUS. *(murmelt, grübelt)*
Euer Fürstliche Gnaden, Eure Vorhersage, der Richter auf der letzten Position des Tableau, bedarf einer Korrektur.

KURFÜRST. *(ungehalten)* Woher will er das wissen?
MATHEMATIKUS.
Als Richter können nur acht der sechszehn geomantischen Figuren auftreten. Nur jene mit einer geraden Anzahl an Punkten, einer sogenannten geraden Parität.
(mit Nachdruck) Das ist eine mathematische Tatsache!

KURFÜRST. Dann beweise er es mir!
MATHEMATIKUS. *(tritt heran)*
Wie Durchlauchtigst wünschen. Ihr habt den Richter aus den zwei Zeugen auf den Positionen 13 und 14 berechnet ...

KURFÜRST. Mathematikus, so hat er es uns erläutert.
MATHEMATIKUS. Und diese Figuren wiederum wurden ebenfalls aus anderen Figuren gebildet.

KURFÜRST. *(leiernd)*

Die zwei Zeugen wurden aus jeweils zwei Nichten gebildet und die vier Nichten wiederum aus den Müttern und Töchtern.

MATHEMATIKUS. Sehr richtig.
KURFÜRST. *(hakt nach)*

Aber die Töchter wurden doch wiederum auch noch aus den Müttern abgeleitet?

MATHEMATIKUS.

Richtig. Die einzigen Figuren, die nicht einer Kombination aus anderen Figuren unterliegen, sind die Mütter. Das heißt, dass sie das geomantische Tableau bestimmen und ganz zu Anfang durch Punktierung geschaffen wurden.

KURFÜRST. *(spöttelnd)* Darauf stützt er seine Behauptung?
MATHEMATIKUS.

Ja, meine Annahme ist eine Schlussfolgerung daraus, wie die Töchter aus den Müttern gebildet wurden.

KURFÜRST.

Was soll dabei Ungewöhnliches vonstatten gegangen sein?

MATHEMATIKUS.

Die Töchter wurden aus den Müttern nicht berechnet, sondern sind durch Umstellen entstanden. Stellt euch die vier Grundfiguren als eine Art Gitter vor. Die Spalten bilden die Mütter und die Zeilen die Töchter. Die erste Mutter schenkt ihren Kopf der ersten Tochter, ihren Nacken der zweiten Tochter, ihren Rumpf der dritten Tochter und ihre Füße der vierten Tochter. So verfahren auch alle weiteren Mütter.

KURFÜRST.

Mir deucht, es findet sich jeder Teil einer Mutter auch genau in einer Tochter wieder und auch umgekehrt.

MATHEMATIKUS.

Durchlauchtigster, dies ist die Essenz meiner Behauptung! Jeder Bestandteil einer Mutter tritt zweimalig auf: In der Mutter selbst und in einer der vier Töchter. Sogar, wenn die Summe aller Punkte der Mütter ungerade ist, wird die Gesamtanzahl der Punkte durch das gespiegelte Auftreten in den Töchtern immer gerade sein.

KURFÜRST. *(nachdenklich)*

War die Summe der Mutterpunkte von vornherein gerade, so bleibt sie es auch bei ihrer Verdopplung.

MATHEMATIKUS.

Die Anzahl der Töchter- und Mutterpunkte zusammen ist somit gerade und da sich der Richter erst aus diesen Figuren ergibt . . .

KURFÜRST. *(unterbricht)*

. . . kann auch er in seiner Punktanzahl nur gerade werden! Der Richter entsteht aus dem rechten und linken Zeugen. Der rechte Zeuge bildet sich aus den beiden Nichten darüber, die aus den vier Müttern berechnet werden. Die Bildung des linken Zeugen ist genau gleich. Die Dopplung der Mütter in den Töchtern pflanzt sich durch das gesamte Tableau fort und endet somit im Richter.

MATHEMATIKUS. Ja, so ist es. So ist Durchlauchtigst überzeugt?

KURFÜRST.

Wohl wahr, sein Beweis ist der Logik letzter Schluss.

Das Tableau ist korrigiert. Zuvor stand dort Albus - ein Zeichen des Planeten Mars, woraus ich schloss, es werde ein Knabe. Nun richtet Amissio, der Venus zugewandt, und damit ein Signum von Weiblichkeit. [Gre09]

(steht auf und geht umher)

So judiziere ich, dass meine Tochter nicht mit einem Sonne schwanger sei, aber dass sie zu seiner Zeit durch Gottes Hilfe einen jungen Sohn gebären wird.

MATHEMATIKUS.

Möge Gottes Gnaden Durchlaucht wohlgesonnen sein.

KURFÜRST. *(geht ab)*

OBERHOFMARSCHALL.

(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden)

Erhebet euch!

MATHEMATIKUS. *(folgt in gebührendem Abstande)*

DES SCHAUSPIELS V. AKT

Oberhofmarschall. Erzähler. Kurfürst.

ERZÄHLER.

Die Mathematik als staatstragende Disziplin
saht ihr sich mit Politik verweben
und ihre einflussreichen Bahnen zieh'n
im täglichen höfischen Leben.
Das geomantische Praktizieren
mag uns heutzutage sehr einfach erscheinen
und viele von euch mögen sich zieren
ob man es - besonders in der Politik - damit kann ernst meinen.
Doch bedenkt die Umstände im sechzehnten Jahrhundert:
Reale Gefahren wie Unfruchtbarkeit und Hungersnot
und, nicht, dass ihr euch wundert,
in allen Gesellschaftsschichten bedrohten sie das Leben bis in den Tod.
Die Geomantiker wurden damals gehandelt wie wahre Psychologen,
denn Ruhe durch Statistik war noch nicht aufgekommen.
Erst durch Punktierung war der Fragende dem Glück gewogen
und die Last von seinem Seelenheil genommen.
Daher fand August auch seine eigenen Methoden
und entwickelte die Punktierkunst immerfort
und blieb doch mit beiden Beinen fest auf dem Boden,
interpretierte die geomantische Vorhersage genau im Wort.
Ach, und wo wir gerade so schön über ihn räsonieren:
(kleidet sich als Mathematikus an und ruft) Fürstliche Gnaden?

KURFÜRST. *(tritt dazu)*

OBERHOFMARSCHALL.

(klopft zwei Mal mit seinem Stocke auf den Boden) Erhebet euch!
„Augustus Herzog von Sachsen,
des heiligen Römischen Reichs Erzmarschalk und Churfürst,
Landgraff in Döringen,
Marggraff zu Meissen,
und Burggraff zu Magdeburg!" [Wik]

KURFÜRST. Mathematikus!

MATHEMATIKUS.

Wollen wir ab hier gemeinsam die Bühne zieren
und das Wichtigste erwähnen fast zum Schluss.
Rainer hat sich im Punktieren geübt
und das Ergebnis wollen wir euch nicht vorenthalten.
Sei euer Urteil nun nicht von Skepsis getrübt,
sondern lasst den Kurfürsten unsere Vorhersage entfalten.
(reicht dem Kurfürsten ein gefaltetes Stück Papier)

KURFÜRST.

Rainer stellte eine Frage nach der Wettervorhersage
am Freitag im Forum Romanum bei unserem Ausflüge.
Der Wetterdienst zeigt Regentage.

Ja, wir hoffen auch, dass er uns trüge.
Aber der Richter zeigt das Signum Populus,
ein Zeichen des Volkes und ein feuchtes Element.
Es wird sorgen für mancherlei Verdruss,
weil es gleich doppelt Wasser benennt.
Bei Wetterfragen sehen wir im zehnten Haus
Caput Draconis, den Drachenkopf.
Ihm nach sieht die Erde kalt und trocken aus,
so dass es erst gar nicht tropft.
Doch bei Regenfragen zeigt das fünfte Haus genaue Kunde
mit Fortuna Minor, ein Zeichen der Luft.
Auch es verspricht eine feuchtfröhliche Runde -
Aber womit erklärt sich nun diese Deutungskluft?
Der Richter spricht ja, das zehnte Haus nein,
das fünfte wieder ja - was wird's denn nun sein?
Erst die Kombination gibt uns die Deutung vor,
drum spitzt nun schlussendlich euer Ohr:
Treffen das zehnte und das fünfte Haus zusammen,
so treffen sich nasse Luft und trockene Erde.
Wir müssen um ein gutes Ende bangen:
Es ist unsicher, dass es regnen werde.

ERZÄHLER.

Hm, ihr denkt, dieses Urteil war ja zu erahnen -
so ein Wetterbericht ist im Gegenzug ziemlich genau.
Aber das Wetter geht gar trügerische Bahnen
und selbst Statistiker werden aus ihm nicht immer schlau.
Steffi und ich gerieten erst zu dieser Schauspielkunst
durch Michael Korey, der uns zur Seite stand.
(zeigen auf Hofmarschall, dieser rückt heran)
Ihm und zuguterletzt euch *(weisen ins Publikum)*
gebührt nun unsere ganze Gunst
vor euch verbeugen wir uns im Gewand.
(verbeugen sich)
Aber horcht *(legen die Hände an ihre rechten Ohren)*,
die Uhr, nun ist die Zeit schon fortgeschritten
und eine Pause habt ihr euch redlich verdient.
Um eines *(heben die Zeigefinger)* wollen wir euch noch bitten:
Um Diskussion und Kritik, wenn's euch beliebt.
(gehen ab)

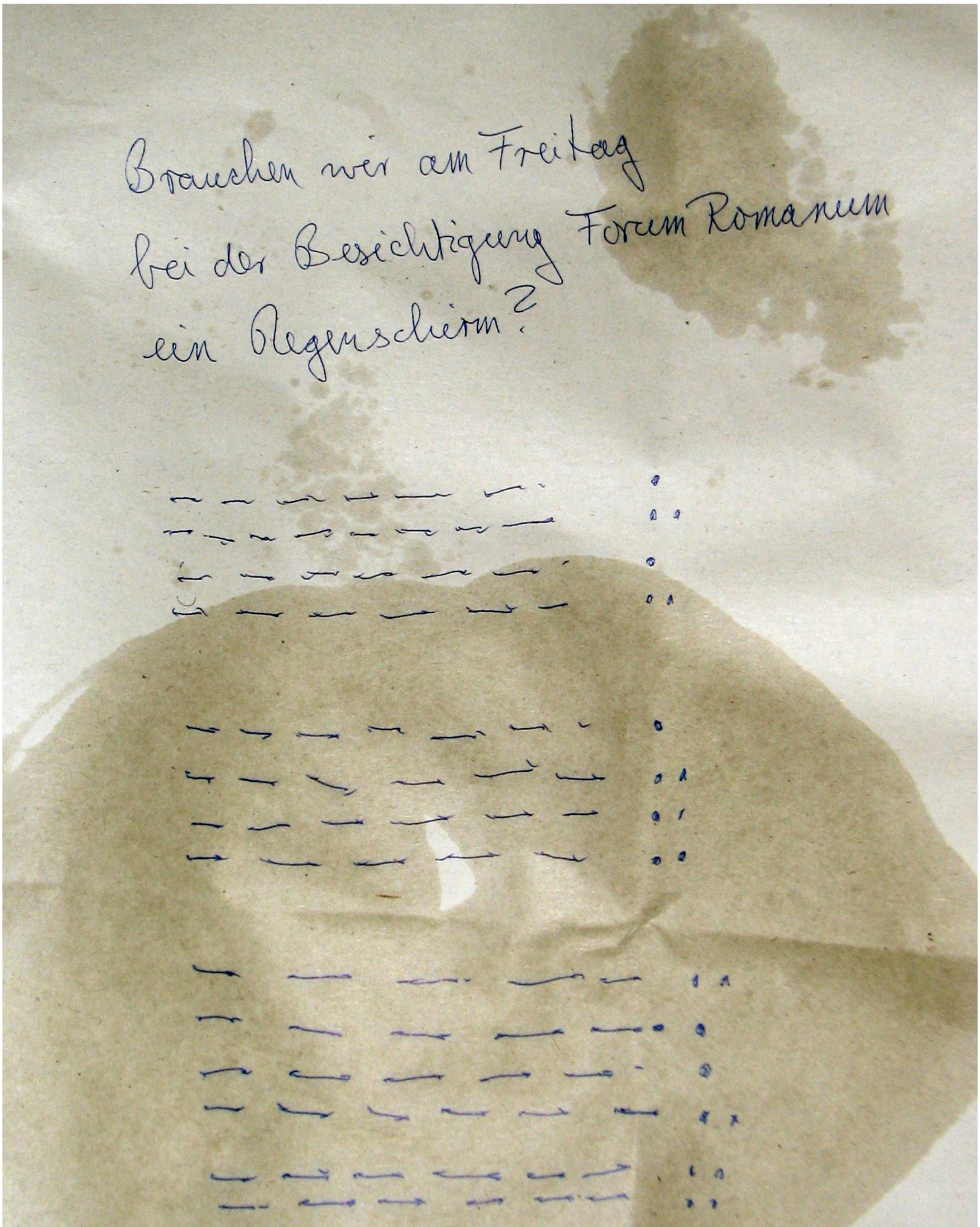


Abbildung 10.4: Rainers Punktierung auf einer Baffeto-Tischdecke

Abbildung 10.5: Rainers Tableau auf einer Baffeto-Tischdecke

10.1 Literaturverzeichnis

[Aug76] August: *Autographia Augusti*. Msc. Dresd. K 19, K56, K338 Auflage, 1576.

[Gre09] Greer, John Michael: *The Art and Practice of Geomancy*. Red WheelT/Weiser, 1 Auflage, 2009.

[Ric80] Richter, Otto: *Die Punktirbücher des Kurfürsten August von Sachsen*. In: Historische Commission bei der Königl. Akademie der Wissenschaften (Herausgeber): *Forschungen zur Deutschen Geschichte*. Verlag der Dieterichschen Buchhandlung, 1880.

[Wik] Wikipedia - Die freie Enzyklopädie: *August (Sachsen)*. Version: 25.04.2010, letzter Aufruf: 17.05.2010.

Deutsche Mathematik: Mathematik im Nationalsozialismus

Martin Trick

Im Jahre 1900 präsentierte David Hilbert auf dem internationalen Mathematiker-Kongress in Paris seine Liste von 23 mathematischen Problemen. Das war wohl die Glanzzeit der Mathematik in Deutschland, Zentren wie Göttingen und Berlin waren Dreh- und Angelpunkte der Mathematik.
Doch im Jahr 1934 fragte Bernhard Rust, der neu ernannte Reichsminister für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung, David Hilbert, ob sein Institut in Göttingen durch den Weggang der Juden und der „Judenfreunde“ wirklich so gelitten habe. Hilbert soll darauf in seinem typisch preußischen Akzent geantwortet haben: *„Jelitten? Dat hat nich jelitten, Herr Minister. Das jibt es doch janich mehr!“*
Wie konnte es sein, dass der Nationalsozialismus in so kurzer Zeit nach der Machtergreifung Hitlers einen solchen verheerenden Einfluss auf die Mathematik in Deutschland nehmen konnte?

Situation der Mathematik im Nationalsozialismus

Die folgenden Textauszüge sollen die Möglichkeit geben sich ein Bild von der damaligen Situation der Mathematik unter dem Regime des Nationalsozialismus zu machen.

- In “Mein Kampf” von Adolf Hitler ist schon 1925 zu lesen:
  „Erstens soll das jugendliche Gehirn im Allgemeinen nicht mit Dingen belastet werden, die es zu fünfundneunzig Prozent nicht braucht und daher wieder vergisst.“
- Die Mathematik verlor ihren Stellenwert gegenüber den Naturwissenschaften. So schrieb Philipp Lenard 1936 abwertend in seiner “Deutschen Physik” über die Mathematik:
  „Es ist gewiss nicht gut, dieser Geisteswissenschaft [Mathematik] mit allen ihren Verzweigungen einen breiten Raum in den Schulen zu überlassen. [. . .]. Mathematische Grundkenntnisse, [. . .], mit Einblick in mathematisches Denken, genügen vollkommen zur Anbahnung etwaiger weitergehender Anwendungen der Mathematik fürs spätere Leben.“
- Viele Mathematikprofessoren waren durch das Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums vom 7. April 1933 betroffen:

§3 (1) Beamte, die nicht arischer Abstammung sind, sind in den Ruhestand [. . .] zu versetzen.
(2) Abs. 1 gilt nicht für Beamte, die bereits seit dem 1. August 1914 Beamte gewesen sind oder die im Weltkrieg an der Front für das Deutsche Reich oder für seine Verbündeten gekämpft haben oder deren Väter oder Söhne im Weltkrieg gefallen sind [. . .].
§4 Beamte, die nach ihrer bisherigen politischen Bestätigung nicht die Gewähr dafür bieten, dass sie jederzeit rückhaltlos für den nationalen Staat einsetzen, können aus dem Dienst entlassen werden [. . .].
§6 Zur Vereinfachung der Verwaltung können Beamte in den Ruhestand versetzt werden.
Ergänzung zu §3:
Als nicht arisch gilt, wer von nicht-arischen, insbesondere jüdischen Eltern oder Großeltern abstammt. Es genügt, wenn ein Elternteil oder ein Großelternteil nicht arisch ist. Dies ist insbesondere dann anzunehmen, wenn ein Elternteil oder ein Großelternteil der jüdischen Religion angehört hat.

- Selbst die Studentenschaft nutzte die politische Situation um Vorlesungen von nicht-arischen Professoren oder zu anspruchsvollen Professoren zu boykottieren. Der Mathematikstudent Oswald Teichmüller, der später vor allem durch die nach ihm benannten Teichmüllerräume bekannt wurde, schrieb am 3. November 1933 folgenden Erläuterungsbrief zum Boykott der Vorlesung von Edmund Landau:
„Sie [Edmund Landau] sprachen gestern die Annahme aus, dass es sich um eine antisemitische Demonstration gehandelt habe. Ich stand und stehe auf dem Standpunkt, dass sich eine judenfeindliche Einzelaktionen gegen ziemlich jeden anderen eher richten sollte als gegen Sie. Es handelt sich für mich nicht darum, Ihnen als Juden Schwierigkeiten zu machen, sondern lediglich darum, die deutschen Studenten des 2. Semesters [. . .] davor zu bewahren, gerade in der Differential- und Integralrechnung von einem ihnen ganz fremdrassigen Lehrer unterrichtet zu werden. Ich wage so wenig wie jeder andere Ihre Fähigkeit der rein international-mathematisch-wissenschaftlichen Belehrung von geeigneten Studenten beliebiger Abstammung zu bezweifeln [. . .]. Die Möglichkeit aber, dass Sie den mathematischen Kern ohne eigene nationale Färbung Ihren Hörern vermitteln, besteht so wenig, als es sicher ist, dass ein Gerippe ohne Fleisch nicht läuft, sondern zusammensackt und verwittert.“

- Die Mathematik mußte wie jede andere Wissenschaft ihre Daseinsberechtigung im Nationalsozialismus rechtfertigen. So versuchten nationalsozialistische Mathematiker das Gemeinsame von Mathematik und Nationalsozialismus und den großen Erziehungswert der Mathematik hervorzuheben, so ist folgendes in [3] zu lesen.
„Aber das weitaus wichtigste ist der Erziehungswert, der aus der Geistesverbundenheit der Mathematik mit dem Dritten Reich folgt. Die Grundhaltung beider ist die Heroische. [. . .]. Beide verlangen den Dienst; die Mathematik den Dienst an der Wahrheit, Aufrichtigkeit, Genauigkeit, [. . .] beide sind antimaterialistisch. [. . .]. Beide wollen Ordnung, Disziplin, beide bekämpfen das Chaos, die Willkür.“
Besonders häufig wurde der Nutzen der Mathematik für das Wehrwesen und die Ballistik und somit für den Nationalsozialismus betont:
„Wie schön waren doch zum Beispiel die Stunden, in denen die Parabel eifrig besprochen

> *wurde, wie aufgeregt waren da die Jungen, wie eifrig rechneten und tüftelten sie an den Gleichungen; handelte es sich doch dabei um nichts Geringeres als etwa die „dicke Berta" oder gar das „Pariser-Geschütz" mit dem deutsche Mathematik dem Feinde einen panischen Schrecken einjagte! [...]. Der Wehrgedanke wird nur dann verwirklicht werden können, wenn in möglichst vielen Schichten des Volkes ein angemessenes Verständnis herrscht für die zahllosen Einzelaufgaben, die damit verbunden sind. Dieses Verständnis aber gründet sich in allererster Linie auf der Mathematik."*

Einige Mathematiker unterstützen den auf nationalsozialistischer Rassenlehre gegründeten Eingriff des Staates. Diese nationalsozialistischen Mathematiker hatten vor allem zwei Ziele vor Augen, die sie mit Hilfe einer „Deutschen Mathematik" erreichen wollten.

Als Erstes wollten sie eine Gleichstellung der Mathematik mit anderen nationalsozialistischen Wissenschaften erreichen. Die Argumentationsweise war dabei die folgende: Wenn man der Mathematik eine Sonderstellung zubilligte und sie als Prototyp einer voraussetzungslosen, also nicht rassisch bedingten, und einer internationalen, also nicht „völkischen" Wissenschaft hinnähme, so wäre damit der *„erste Einbruch in den geschlossenen Ring unserer von einem einheitlichen Gesichtspunkt geleiteten nationalsozialistischen Wissenschaftsauffassung"* gelungen, und damit würden *„weitere Punkte in der gleichen Weise"* aufgegriffen, *„um die Zerstörungsarbeit immer weiter zu treiben."* Wie es in [3] zu lesen ist.

Aus der Annahme der rassischen und völkischen Bedingtheit der Mathematik wurde dann geschlossen, dass das mathematische Schaffen eines Volkes sich umso besser entfalten könnte, je tiefer es im „Volkstum" wurzelte. Nach Ludwig Bieberbach versperrt *„rassenfremder Einfluss [...], dem Deutschen die Quelle seiner eigenen Kraft."*

Als Zweites ging es um die Zurückweisung von Angriffen auf das „Lebensrecht" der Mathematik an Schulen und Hochschulen. Es sollten nur solche Fächer ein Daseinsrecht haben, die der Volksgemeinschaft dienen und pflegen, was „deutscher" Art sei.

Auf der einen Seite wurde also postuliert, dass alle Wissenschaft nationalsozialistisch zu sein habe, und daraus folgte, dass man der verdächtig objektiven Mathematik besonders Augenmerk zu widmen habe.

Andererseits wurde dann die typische „theoretische" Begründung der völkisch-rassistischen Ideologie geliefert: Gute Mathematik ist die, die in Volk und Rasse wurzelt.

Die eigene Position des Lehrers und Fachwissenschaftlers wurde im nationalsozialistischen Bildungssystem verbessert, indem man eine „innere" Verbindung von Mathematik und Nationalsozialismus aufwies.

Dort jedoch, wo es um Auseinandersetzungen zwischen Wissenschaftlern ging, mussten Mathematiker, sei es aus innerer Überzeugung, aus Machtwillen oder Opportunismus, selbst die nationalsozialistische Fachideologie liefern und -wissenschaftlichen Normen gemäß- auch theoretisch absichern.

Das führte jedoch zwangsläufig zur Zerstörung der Wissenschaft.

Die Deutsche Mathematik von Ludwig Bieberbach

Ludwig Bieberbach versuchte nun ausgehend von der Integrationstypologie des Psychologen Erich Rudolf Jaensch (1883-1940) eine Deutsche Mathematik zu schaffen, die auf der Rassenlehre des Nationalsozialismus gründet.

Ludwig Bieberbach wurde 1886 in Goddelau geboren. Nach seinem Studium in Heidelberg und Göttingen habilitierte er im Jahr 1910 an der Universität Zürich. Es folgten Lehraufträge an den Universitäten in Königsberg, Basel, Frankfurt am Main und schließlich an der Universität Berlin. Seine mathematischen Leistungen auf dem Gebiet der Funktionentheorie sind unbestritten. Er löste das 18. Hilbertsche Problem und stellte weiter die Bieberbachsche Vermutung auf, die erst im Jahr 1985 von Louis de Branges de Bourcia gelöst wurde. Seine Arbeiten zur Integrationstypologie in der Mathematik sind:

- Persönlichkeitsstruktur und mathematisches Schaffen. (1934)
- Stilarten mathematischen Schaffens. (1934)
- Die völkische Verwurzelung der Wissenschaft. (Typen mathematischen Schaffens) (1940)

Abbildung 11.1: L. Bieberbach

Ludwig Bieberbach schreckte nicht davor zurück, Felix Klein (1849-1925) als „Vorreiter" seiner Typisierung zu instrumentalisieren, indem er einen Vortrag von Klein aus dem Jahr 1893 zur Raumvorstellung zitierte:
„[. . .], it must be said that the degree of exactness of the intuition of space may be different in different individuals perhaps even in different races. It would seem as if a strong naïve space-intuition were an attribute pre-eminently of the Teutonic race, while the critical, purely logical sense is more fully developed in the Latin and Helew races."

Jedoch kann Klein in keiner Weise so ausgelegt werden, wie es Bieberbach tat. Zum einen wurde in der Epoche des Imperialismus ein „natürlicher" Unterschied zwischen den Völkern und Rassen gesehen und zum anderen belobigt Klein die Emanzipation der Juden und die daraus resultierende "Bluterneuerung" der Wissenschaft.
Ausgangspunkt der Typologie von Bieberbach war die Konstruktion eines „Gegentypus".
„Man macht sich deutsche Art, die noch nicht voll ausgeformt ist, sondern ihrer endgültigen Ausformungen in dieser großen Stunde erst zustrebt, immer am besten klar, wenn man von irgendeinem ihrer voll ausgeformten Gegenbilder ausgeht."
Der Gegentypus wurde als S-Typus bezeichnet. Er war ein nützliches Konstrukt, auf das sich alles Negative projizieren ließ.
Dem S-Typus stand der J-Typus entgegen. Dieser ist in drei Untertypen unterteilt.
Der J1-Typus macht die Welt nicht zum Problem, sondern aus der Welt kommen ihm

die Probleme. Die bunte Fülle der Wirklichkeit zieht ihn an, sein Interesse gilt den Zusammenhängen, den großen Linien des Geschehens. Er muss bei seinen Überlegungen einen Beziehung zum Realen sehen oder fühlen. Die typischen Vertreter dieses Typus sind Felix Klein, Hermann von Helmholtz und James Clerk Maxwell.
Der J2-Typus geht mit festen Wertmaßstäben und Idealen an die Wirklichkeit heran. Er sucht das Erkannte zu einem Weltbild zu gestalten. Das Ziel seiner Arbeit ist ein vollendeter harmonischer Bau. Er liebt die Wahrheit um ihrer Schönheit willen. Die typischen Vertreter dieses Typus sind Carl Friedrich Gauß, Johannes Kepler und Max Planck.
Der J3-Typus ist der Typus, dem das Erkennen die Herrschaft über die Dinge vermitteln soll, der Typus des Willendenkers, wie ihn Jaensch auch nennt. Forscher und Stoff stehen sich wie zwei Kämpfer gegenüber, die um die Macht ringen. Das Erkennen ist ein Kampf mit der Wirklichkeit. Hier stehen in der reinen Mathematik die Kritiker, die Systematiker, die klare Regeln zur Beherrschung des Stoffes herausarbeiten, die die Grundbegriffe klären und ihre Geheimnisse entkleiden, die den angehäuften Stoff in einem System zusammenfassen. Karl Weierstraß, Richard Dedekind und David Hilbert sind die typischen Vertreter des J3-Typus.
Allen diesen Typen war nach Bieberbach gemeinsam, dass sie nicht ungebunden, in freier Willkür mit ihrem Denken dastehen, sondern dass es ein Gegebenes ist, das sie gestalten und formen wollen. Dagegen laufen die S-Typen, wie Edmund Landau, Carl Gustav Jacobi und die französischen Mathematiker von Laplace bis Cauchy, immer Gefahr, den Zusammenhang mit dem größeren Ganzen zu verlieren.
Bieberbach räumt dem S-Typus ein, dass sie an ihrem Ort nützliche, vielleicht auch bedeutende Arbeit leisten, allerdings nicht an Schule und Hochschule.
Aus dem Antrieb dieser Integrationstypologie heraus veröffentlichte Bieberbach zusammen mit Theodor Vahlen (1896-1945) die Zeitschrift „Deutsche Mathematik“. Aus deren Einleitung aus dem Jahr 1936, Band 1 stammt folgendes Zitat:
„Deutsche Mathematik gibt ein lebendiges Bild von der gesamten mathematischen Arbeit deutscher Volksgenossen, [. . .] wir dienen der deutschen Art in der Mathematik und wollen sie pflegen.“
Bieberbach hatte es geschafft, eine Definition von deutscher Mathematik zu geben, die in der nationalsozialisitschen Ideologie wurzelte. Zudem hat er eine Methode geschaffen, missliebige Kollegen mit „wissenschaftlichen“ und nicht nur antisemitischen Argumenten auszuschalten. Damit hat sich Bieberbach, wie auch andere Mathematiker, sicherlich der gegebenen Situation angepasst. Im Nationalsozialismus wurden Entscheidungen aus politischen und nichtwissenschaftlichen Gründen getroffen. Viele akademische Stellen wurden nur aufgrund der politischen Einstellung besetzt. Dies war sicherlich einer der Gründe wieso Zentren wie Göttingen und Berlin ihr Ansehen bei Mathematikern außerhalb Deutschlands verloren haben. Weiter konnten einige Mathematiker nur eine Karriere an einer Universität anstreben, wenn sie sich zuvor zum Nationalsozialismus bekannten. Ein Beispiel hierfür ist der Tübinger Mathematiker Helmut Wielandt (1910-2001), der vermutlich nur eine Assistentenstelle an der Universität Tübingen bekam, weil er in die NSDAP eingetreten war.
Bieberbach war jedoch nicht der einzige Verfechter einer Deutschen Mathematik. Zu seinen Verbündeten zählten Georg Hammel (1877-1954), W.H. Erhard Tornier (1894-1982) und der schon erwähnte Oswald Teichmüller (1913-1943).
Es muss jedoch gesagt werden, dass viele Mathematiker die „Deutsche Mathematik“

ablehnten, was sich in immer schlechteren Auflagezahlen der Zeitschrift „Deutsche Mathematik“ äußerte. Schließlich endete diese Fehlentwicklung mit dem Zusammenbruch des „Dritten Reichs“.

Mathematiker im nazionalsozialistischen Deutschland

Die Situation im nationalsozialistischen Regime führte nun zu einschneidenden Veränderung im Leben vieler Mathematiker in Deutschland. Viele wurden aufgrund ihres Glaubens oder ihrer Herkunft verfolgt oder wie im Fall von Felix Hausdorff (1868-1942) in den Selbstmord getrieben. Viele versuchten der Verfolgung zu entgehen und emigrierten, wobei die USA das Hauptauffangland, mit 75 der 134 emigrierten Mathematiker, war. Der Rest verteilte sich auf viele weitere Regionen, wie Großbritannien, Palästina, Südamerika, etc. Mit dem Andauern des Regimes wurde die Emigration jedoch immer schwieriger. Man benötigte für die Ausreise ein Ausreisevisum, musste eine Reichsfluchtssteuer bezahlen und verlor weitestgehend seinen Pensionsanspruch. Zudem war die Einreise kein einfacher Prozess. Dieser konnte fast nicht aus eigener Hand gestemmt werden und so war man auf die Hilfe aus dem Ausland angewiesen. In den USA half hauptsächlich die Rockefeller Foundation oder Privatpersonen. So half der Mathematiker Richard Courant vielen Mathematikern bei der Einreise in die USA. Zudem wurde die Einreise für Mathematiker erleichtert, die einen Nutzen für die amerikanischen Institute brachten. So waren es vorallem angewandte Mathematiker, die nach der Emigration eine Stelle an einer Universität bekamen.
Die folgende Tabelle gibt eine kleine Aufzählung der bedeutendsten Emigranten:

Person	Daten	Emigrationsland	Fachgebiet
Emil Artin	(1898-1962)	USA	Algebra
Richard Courant	(1888-1972)	USA	Angewandte Analysis
Kurt Gödel	(1906-1978)	USA	Logik
Theodor von Karman	(1881-1963)	USA	Aerodynamik
Richard von Mises	(1883-1953)	USA	Numerik
Emmy Noether	(1882-1935)	USA	Algebra
Isaai Schur	(1875-1941)	Palästina	Zahlentheorie
Hermann Weyl	(1885-1955)	USA	Mathematik

Für das Schicksal einzelner Mathematiker, die Emigrationshintergründe und die Verfolgung durch das nationalsozialistische Regime sei auf das Buch [1] von Reinhard Siegmund-Schultze verwiesen.

Folgen für die Mathematik

Durch die Emigration vieler Wissenschaftler gewann Englisch als mathematische Weltsprache erheblich an Bedeutung.
Die emigrierten Mathematiker beeinflußten die Mathematik in den USA sehr stark. So stammten im Jahr 1965 14 von 51 Mitgliedern der National Academy of Science aus Europa. Weiter halfen zahlreiche emigrierte Mathematiker beim Aufbau neuer mathematischer Zentren. So wurde zum Beispiel das Institute of Advanced Study in Princeton

im Jahr 1933 gegründet.
Der langjährige Präsident der Rockefeller Foundation Raymond B. Fordick (1883-1972) äußerte sich 1955 wie folgt dazu:
„Diese Disziplin [die Mathematik] ist ein Mustertyp für die Bereicherung der amerikanischen Wissenschaft durch die Einwanderung. Die führenden Männer des berühmten Instituts für Mathematik an der Universität Göttingen, das ironischer weise mit der finanziellen Hilfe der Rockefeller Stiftung eingerichtet worden war, sind in den dreißiger Jahren en masse vertrieben worden. Wenn Hitler es darauf angelegt hätte, Amerika zum Weltzentrum der mathematischen Forschung zu machen, hätte er es nicht besser anfangen können."
Dieser Aufstieg Amerikas führte aber ebenso zum Untergang Deutschland als führende Nation der Mathematik, da zur damaligen Zeit der Austausch in der Wissenschaft sehr stark an örtliche Gegebenheiten gekoppelt war.
Ein Indiz für den immensen Schaden, den die Mathematik in Deutschland davon getragen hat, ist die Beobachtung, dass von den bisherigen 48 Fieldsmedaillen Trägern Gerd Faltings der einzige Deutsche ist, während aus den USA 12 Fields-Medaillen-Träger kommen.

Die gesamten Folgen sind wohl nicht zu ermessen. So ist die damalige Situation und ihre Auswirkungen heute noch Teil der Forschung. Neue Ergebnisse beschreiben die damalige Situation immer besser. Im Artikel [5] werden zum Beispiel neue Ergebnisse zur DMV in der NS-Zeit präsentiert.
Abschließend möchte ich folgendes Zitats des Philosophen Karl Jaspers (1883-1969) aus dem Jahr 1946 wiedergeben, das die Situation nach Ende des nationalsozialistischen Regimes wohl am passendsten beschreibt:
„Schwerer fassbar als die Zerstörungen an den Voraussetzungen der Wissenschaft, ihren Einrichtungen und ihre öffentliche Erscheinung ist die Zerstörung in den Wissenschaften selber. Die Wissenschaft als solche konnte nur durch die Forscher ruiniert werden. Dass dieses geschah, ist die Schmach unserer Universitäten, dass es in weiterem Umfang auch nicht geschah und dass in der Verborgenheit zahlreiche Forscher unbeirrt durch die Jahre arbeiteten, ist der Ausdruck unserer gegenwärtigen Zuversicht."

11.1 Literaturverzeichnis

[1] Reinhard Siegmund-Schultze: *Mathematiker auf der Flucht vor Hitler. Quellen und Studien zur Emigration einer Wissenschaft*, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg Verlag/ GWV Fachverlag 1998.

[2] Reinhard Siegmund-Schultze: *Mathematische Berichterstattung in Hitlerdeutschland : Der Niedergang des Jahrbuchs über die Fortschritte der Mathematik*, Göttingen : Vandenhoeck und Ruprecht 1993.

[3] Helmut Lindner: *„'Deutsche' und ‚gegentypische' Mathematik. Zur Begründung einer ‚arteigenen' Mathematik im ‚Dritten Reich' durch Ludwig Bieberbach"*, Mehrtens, Herbert; Richter, Steffen (Hg.): Naturwissenschaft, Technik und NS-Ideologie. Beiträge zur Wissenschaftsgeschichte des Dritten Reiches (suhrkamp taschenbuch wissenschaft, 303). Suhrkamp Verlag: Frankfurt a.M. 1980, S. 88-115.

[4] Eckart Menzler-Trott: *Gentzens Problem. Mathematische Logik im nationalsozialistischen Deutschland*, Birkhäuser 2001.

[5] Gert Schubring: *120 Jahre Deutsche Mathematik-Vereinigung: Neue Ergebnisse zu ihrer Geschichte.* Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Band 18, Heft 2, 2010.

11.2 Abbildungsverzeichnis

`http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bieberbach.html`

Romseminar 2010 – Ein Rückblick

Teresa Sandmaier und Andreas Kirchartz

Alles begann wie schon so oft
am Sonntagabend erst mal ganz soft.
Bei Pizza, Pasta und einem guten Wein
war alsbald keiner mehr allein.
So lernten wir uns ganz schnell kennen
und wollten uns schon nach dem ersten Abend nicht mehr trennen.
Und nach einer Schlenderei durch das Rom der Nacht,
hatte schon ein jeder bei sich bedacht,
dass er diese Stadt niemals mehr wollt verlassen,
und nie mehr missen jene schönen Gassen.

Und so wurde es Abend und es wurde Morgen, der erste Tag:

Gleich zu Beginn waren wir vor Antikythera versunken,
eine Erfindung der Griechen machte uns ganz trunken.
Hieß es doch – so war eine der steilen Thesen -
dass die Griechen damals noch nicht dazu in der Lage gewesen.
Hatten die doch wie wir seit heut Mittag alle wissen,
alles erfunden und letztlich doch nichts gerissen.

Anschließend ging es fast schon um das Elementarste,
in der Mathematik geradezu das Wunderbarste,
um die Geometrie, um Euklid und seine Elemente,
mit Arithmetik zusammen schließlich unsere Fundamente.

Dass Musik auch Kunst ist ohne schön zu klingen,
das wollt der dritte Vortrag uns näherbringen.
Doch dass sich die Dissonanz emanzipiert,
das hat – das sag ich ganz ungeniert –
schon ihre Berechtigung,
denn Entschuldigung!
Wäre in der Mathematik nur Harmonie,
wo bliebe da die Phantasie!

Nach einer kurzen Mittagspause
gings gleich weiter mit der Sause.
Es wurde gleich elementar wichtig,
ging es doch um Null und Nichtig.
Um eine *hehe* unbedeutende Zahl und ihren Kummer,
eben eine echte Nullnummer.

Nach diesem Sorgenkind, das ständig flennte,
ging es gleich weiter mit den Löchern im Fundamente.
„Die Mathematik in der Krise“
so lautete die Devise
unserer Vortragenden,
oder besser Fragenden,
was denn nun eigentlich sei mit dem Unendlichen,
ist es doch schließlich fern vom Verständlichen.

Abgerundet wurde der zweite Tag ganz traditionell
also tendenziell eher weniger experimentell,
mit der Cena im Baffetto dem vollen Genuss,
für Romseminare ein echtes Muss.
Pizza und Gelato sorgten für Heiterkeit,
Und das trotz der Fastenzeit.
Doch verzeiht mir, dass ichs euch künde,
in Rom zu fasten ist eine Sünde.

Es wurde Abend und es wurde viel zu schnell wieder morgen. Der zweite Tag.

Am Dienstag fiel der erste Vortrag gleich mal aus.
Doch Gregor aus dem Stehgreif bügelte dass gleich wieder raus.
Beim ersten Pärchen des Tages
ging es um die Herren Döblin.
Ja ihr fragt euch jetzt sicher wo der Reim ist, aber auf Döblin ist uns nichts eingefallen.
Wie gesagt um die Herren Döblin, Vater und Sohn.
Gleich eine ganze Gleichung ging verlorn.
Wie genau sie jedoch zu verstehen sei,
das war uns letztlich einerlei,
schließlich ging es um Stochastisches,
nichts wirklich Fantastisches.

Geladen war daraufhin von hohem Rang,
ehrlich gesagt wurde uns da schon etwas bang,
der Herr von Neumann und seine gefährlichen Ideen,
der seine große Verantwortung nicht recht wollt verstehen.
Zum Glück war auch Wiener mit dabei,
der ließ die Finger von solch heißem Brei.

Danach trennten sich die Wege,
so kamen wir uns gegenseitig nicht ins Gehege.
Die einen irrten durch Roms schöne Gassen,
während andere beim Ticketkauf ihr Geld verprassen.

Herr Kemper schärfte uns den Blick
für Relief wie Mosaik.
Auf dass sich unser Wissen vermehre,
dafür sei ihm Dank und Ehre,
und wir hoffen, dass er nächstes Jahr wiederkehre.

Was man an diesem Abend machte, war völlig gleich,
zumindest bis zum Zapfenstreich.
Es gab nur eines was man sollte,
dass man sich bis 11 zur Pforte trollte.
Doch es ist eben so, dass die Zeit drängt,
sobald unten kein Schlüssel mehr hängt.
Und so kann es auch um kurz vor 11 passieren,
dass man steht vor verschlossenen Türen.

Es wurde Abend und es wurde Morgen, der dritte Tag:

Wir haben nun, ach, Mathematik und ihre Geschichte,
durchaus studiert unter hellem Lichte.
Und leider auch die dunklen Seiten zum Vorschein gebracht,
und dabei manch alte Fragen neu entfacht.
Da stehen wir nun endlich vor dem Tore
zur Casa di Goethe, o welch amore.
In Erinnerung an jenen heilgen Orte,
An dem Goethe einst rumorte,
Sag ich, bevor ichs vergess, lieber jetzt:
im Allgemeinen wird Goethe überschätzt.

Dann kam Newton, der von Gott gesandte,
unter dem die Mathematik neu entbrannte,
der sie in ganz neue Bahnen lenkte,
weil er uns die Infinitesimalrechnung schenkte.

Ohne Streit, Affären und Skandale,
ohne Atombomben, Raufereien und Randale
kam einer unserer Bedeutendsten aus.
Ihr wisst, wen ich mein, es ist der Herr Gauss.
Doch trotz all dem, was er geleistet in seinem Leben,
bleibt er langweilig, ein Warmduscher eben.

Nach all den Großen kam einer, der war Klein,
naja, ihr wisst schon was ich mein,
der erklärte uns, was Didaktik in der Mathe heißt,
nämlich, dass „ich verstehe, was du nur weißt“.

Am Abend ging es um die Musica
in der schönen Kirche, der Anima.
Ohhh, das waren schöne Klänge
Und noch viel schönere Gesänge.

Es wurde Abend und es wurde Morgen, der vierte Tag.

Am Donnerstag zurück in der Accademia
ging es um die Stilgeschichte der Matematica.
Ein netter Versuch möcht man meinen.
Gelang es dem Bense doch einiges zu vereinen.
Doch hat er sich auch etwas verrannt,
vielleicht weil er von der Mathematik nichts verstand?

Dann wurde es für die Sportler interessant,
denn Euler gab seine Formel für den runden Ball bekannt.
Der gar nicht rund ist,
wie ihr jetzt alle wisst.
Und deshalb sollte den Fußballern jetzt endlich dämmern,
erst nachdenken, dann draufhämmern.

Als nächstes ging es auf eine spannende Reise,
die uns auf kreativste Art und Weise
auf Gefahren des World Wide Web hinwies,
und auf ernüchternde Ergebnisse stieß.

Zum Schluss wurden noch mal alle Register gezogen,
von Dichtkunst über Theater schlugen wir den Bogen.
Von Punkten und Strichen, die Politik machten,
und uns bei Abweichung doch noch zum Glauben an Gott brachten.

Über den Literaturabend hüllen wir den Mantel des Schweigens,
denn aufgrund des gar so bunten Reigens,
all der Texte die da kamen,
und uns in ihren Banne nahmen,
sind wir es nicht wert all denen, die das Jahr für Jahr ausrichten,
auch nur einen Buchstaben dazu zu dichten.

Es wurde Abend, es wurde Morgen, der fünfte Tag:

Am Freitag wurds noch ein mal hoch kulturell,
denn was geboten wurde war wirklich professionell.
Wurden wir doch von einem großen deutschen Archäologen
am frühen Morgen kompetent übers Forum gezogen.

Am Nachmittag tat jeder was ihm gefiel,
jedoch wars besser man tat nicht zuviel.
Kam doch jeder allein zu dem Schluss:
Der Abend wird ein kulinarischer Genuss.

Zuletzt noch unser Dank an Gregor den Großen und Rainer den Kleinen
– Allein von Statur natürlich möchte ich meinen –
und Markus den Wackren Kämpfer aus Dresden,
auf das sich leider nichts reimt, aber trotzdem Danke.
Und natürlich dem Haase, dem Martin und dem Michael,
dank euch wurde es niemals heikel.

Doch möchten wir zum Schluss auch euch zu sagen wagen,
schreibt weiter an der Geschichte oder besser an den Geschichten.
Sind sie es doch, die sich lassen am besten verdichten.

Allora, andiamo avanti a mangiare.