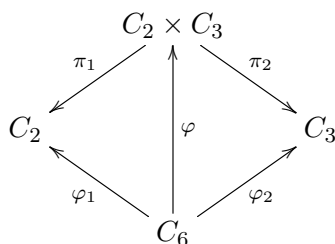


# LINEARE ALGEBRA 2

## BLATT 1

Abgabe: Donnerstag, den 23.04.2026, 10:00 Uhr

- ⊗ **Aufgabe 1.** Beweise Bemerkung 1.1.20: Es sei  $\varphi: G \rightarrow H$  ein Homomorphismus von Gruppen. Dann gilt:
- (i) Für jede Untergruppe  $H' \leq H$  ist das Urbild  $\varphi^{-1}(H')$  eine Untergruppe von  $G$ .
  - (ii) Für jede Untergruppe  $G' \leq G$  ist das Bild  $\varphi(G')$  eine Untergruppe von  $H$ .
- ⊗ **Aufgabe 2.** Zeige, dass man mit den Gruppenhomomorphismen  $\varphi_1: C_6 \rightarrow C_2, \bar{a} \mapsto \overline{r(a; 2)}$  und  $\varphi_2: C_6 \rightarrow C_3, \bar{a} \mapsto \overline{r(a; 3)}$  das folgende kommutative Diagramm erhält



Zeige weiter, dass  $\varphi: C_6 \rightarrow C_2 \times C_3$  ein Isomorphismus ist. Das bedeutet dann insbesondere  $C_6 \cong C_2 \times C_3$ .

**Aufgabe 3.** Bestimme sämtliche Untergruppen, Normalteiler und Faktorgruppen der symmetrischen Gruppe  $S_3$ .

**Aufgabe 4.** Es seien  $G$  eine endliche Gruppe und  $g \in G$ . Zeige:

- (i) Es gilt  $\text{ord}(g) = \min(n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}; g^n = e_G)$ .
- (ii) Es gilt  $g^{|G|} = e_G$ .