

BLATT 12

Abgabe: Donnerstag, den 16.07.2026, 10:00 Uhr

Aufgabe 1. Es seien $\mathbb{K}$ ein Körper, V ein $\mathbb{K}$ -Vektorraum und $v_1, \dots, v_k \in V$. Beweise die Äquivalenz folgender Aussagen:

(i) Die Familie $(v_1, \dots, v_k)$ ist linear abhängig.

(ii) Es gilt $v_1 \wedge \dots \wedge v_k = 0$.

⊗ **Aufgabe 2.** Es seien $\mathbb{K}$ ein Körper und $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{K}^n$. Zeige: Es gilt

$$v_1 \wedge \dots \wedge v_n = \det(v_1, \dots, v_n) \cdot e_1 \wedge \dots \wedge e_n.$$

⊗ **Aufgabe 3.** Es sei $V := \mathbb{R}^3$. Bestimme die darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(\varphi)$ der linearen Abbildung

$$\varphi := \mu_A \wedge \mu_A: V \wedge V \rightarrow V \wedge V$$

bezüglich der Basis $\mathcal{B} = (e_1 \wedge e_2, e_1 \wedge e_3, e_2 \wedge e_3)$, wobei die Matrix A gegeben sei als

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Die mit ⊗ gekennzeichneten Aufgaben sind zur besonders sorgfältigen schriftlichen Ausarbeitung vorgesehen und werden mit 0–4 Punkten bewertet.