



**Teilprojekt 6  
der Tübingen School of  
Education**

**Christoff Hische  
Jonathan Walz**

**Kompetenzmodellierung und  
Kompetenzentwicklung  
in der  
Fachdidaktik Mathematik**



## Forschungsfragen

- Was befähigt einen Lehrer dazu, fachdidaktisch kompetent zu handeln?
- Gibt es fachdidaktische Strukturen, die sich in einem Kompetenzstrukturmodell abbilden lassen?
- Wie verändert sich fachdidaktische Kompetenz im Verlauf des Mathematikstudiums und darüber hinaus?



## Was ist Kompetenz und wie misst man sie?

- Wir verstehen **Kompetenz** als verfügbare oder erlernbare *kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten* im Sinne von *Dispositionen*, die das *performante Handeln* einer Person in unterschiedlichen, zu einer *Domäne* zusammenfassbaren Situationen ermöglichen.  
(vgl. Weinert 1999, Klieme 2004)
- Kompetenz ist ein *latentes Konstrukt*, dessen Ausprägung durch *Operationalisierung* messbar wird.
- Modellierung durch:
  - Kompetenzstrukturmodell
  - Kompetenzstufenmodell
- Motivationale und emotionale Aspekte werden von uns nicht untersucht.



## Bezugspunkt: Shulman (1986, 1987)

- Zwei **Artikel** zur professionellen Kompetenz von Lehrkräften (besonders Mathematik-Lehrkräfte)
- **Strukturmodell:** Professionelle Kompetenz
  - Allgemeine pädagogische Fähigkeiten (PK)
  - Fachwissenschaftliches Wissen (CK)
  - Fachdidaktisches Wissen (PCK)



## Studie 1: Michigan Gruppe (Ball et al. 2001, 2004, 2008)

- **Ziel:**
  - Untersuchung des Verhältnisses von CK und PCK durch Vergleich zwischen Lehrkräften in der dritten Phase und Fachwissenschaftlern („Mathematiker“)
- **Vorgehen:** Unterteilung von
  - CK in inhaltliche Bereiche
  - PCK in Teilfacetten im Sinne eines Strukturmodells
    - Knowledge of content and students (KCS)
    - Knowledge of content and teaching (KCT)
    - Knowledge of curriculum (KC)



## Studie 2: TEDS-M (Blömeke et al. 2010)

- **Ziel:**
  - Strukturuntersuchungen in CK und PCK
- **Vorgehen:**
  - Angelegt als international vergleichende Studie, die Lehrkräfte in der zweiten Ausbildungsphase als Unterrichtende der Klassenstufen 4 & 8 untersucht.
  - Unterteilung von CK und PCK in Teilfacetten
    - PCK Facetten:
      - Interaktionsbezogenes Wissen
      - Curriculares und planungsbezogenes Wissen

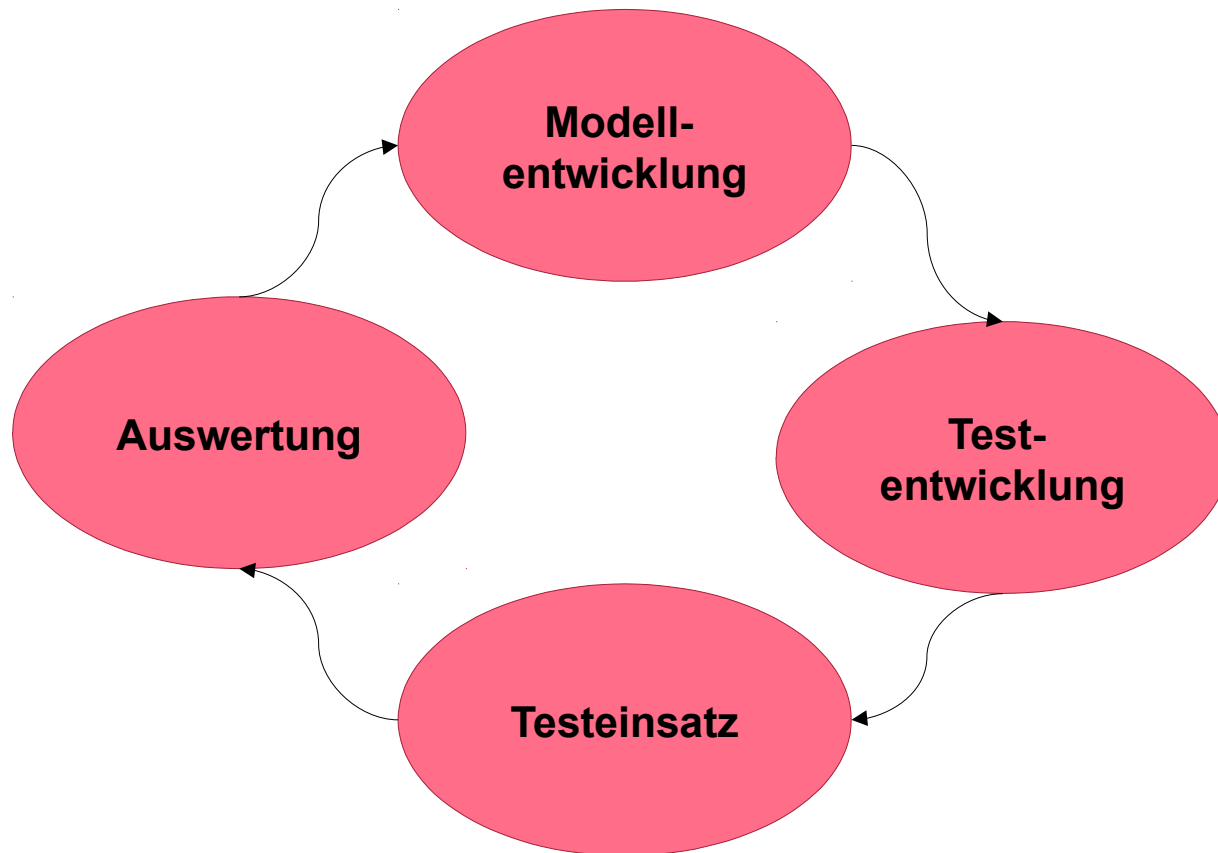


## Studie 3: COACTIV (Krauss et al. 2011)

- **Ziel:**
  - Strukturuntersuchungen in:
    - Überzeugungshaltungen/ Werthaltungen/ Ziele,
    - Motivationale Orientierungen,
    - Selbstregulation,
    - Professionswissen (CK, PCK)
- **Vorgehen:**
  - Parallel zur PISA-Studie werden Lehrkräfte in der dritten Phase (PISA-Lehrer) untersucht.
  - Differenzierung von CK durch Stufenmodell
  - Unterteilung von PCK in Teilfacetten:
    - Erklärungswissen
    - Wissen über mathematisches Denken von Schüler\*innen
    - Wissen über mathematische Aufgaben



## Wie funktioniert Kompetenzmodellierung?





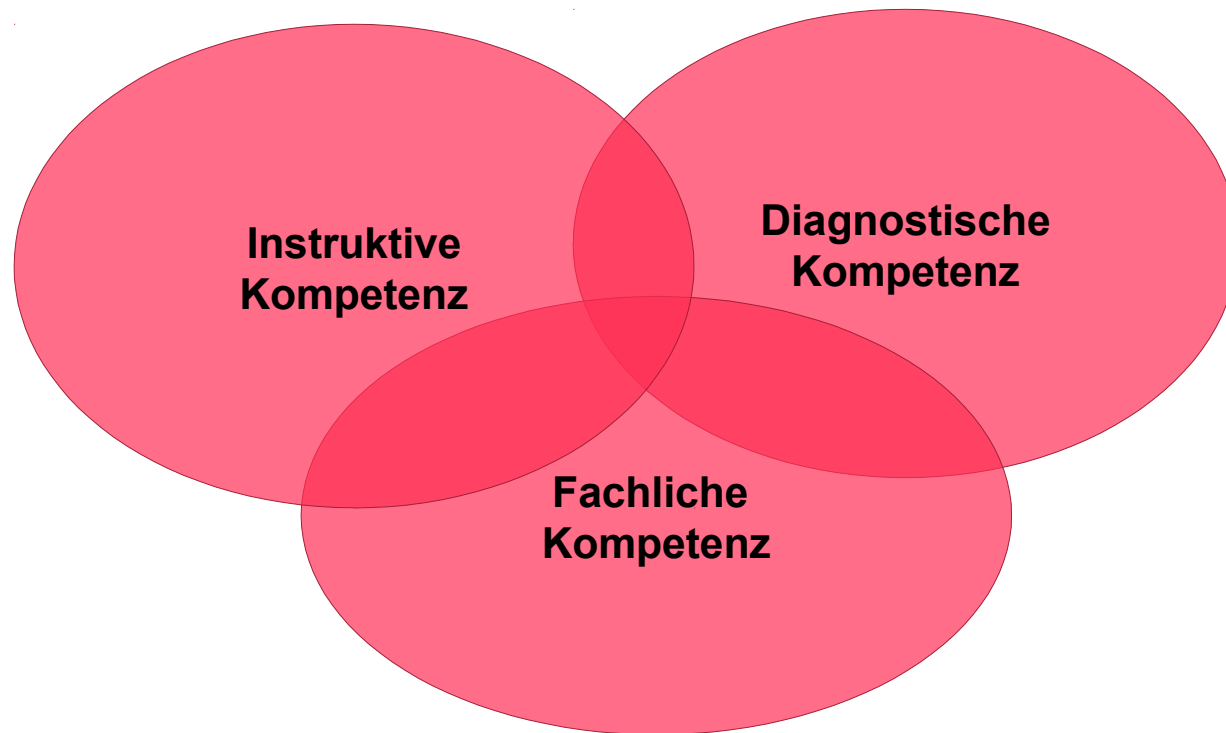


## **Bisherige Arbeit:**

- **Modellentwicklung**



## Arbeitshypothese und Kompetenzstrukturmodell





## **Bisherige Arbeit:**

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung** eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und Fachdidaktischen Wissen



## Beispiel-Frage zur instruktiven Kompetenz

In der Universität lernt man die folgende Version des Zwischenwertsatzes:

*Ist  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Funktion sowie  $f(0) < 0$  und  $f(1) > 0$ , so muss es ein  $\xi \in (0, 1)$  geben mit  $f(\xi) = 0$ .*

Welche der folgenden Versionen würden Sie für die Schule als akzeptabel halten um die allgemein gültige Eigenschaft des Satzes einzuführen?

*Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an*

		Ja	Nein
A)	Eine stetige Funktion, die in $a \in \mathbb{R}$ negativ und in $b \in \mathbb{R}$ positiv ist, muss dazwischen irgendwo eine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B)	Die Funktion $f(x) = x^2 - 2$ muss zwischen 1 und 2 eine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C)	Wenn eine Funktion $f$ mit $f(0) = 0$ und $f(1) = 1$ alle Zwischenwerte $c \in [0, 1]$ annimmt, so muss sie stetig sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



## **Bisherige Arbeit:**

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und Fachdidaktischen Wissen**
- **Testeinsatz ab WS 14/15**



## Erhebungen

WS 14/15	SS 2015	WS 15/16	SS 16	WS 16/17	SS 17
Analysis 1	Analysis 2	Analysis 1	Analysis 2	Analysis 1	Analysis 2
		Analysis 3	Analysis 4	Analysis 3	Analysis 4
Fach- didaktik	Fach- didaktik	Fach- didaktik		Fach- didaktik	
Mathe- matik für Natur- wissen- schaftler 1		Mathe- matik für Natur- wissen- schaftler 1			



## **Bisherige Arbeit:**

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung** eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und fachdidaktischer Kompetenz
- **Testeinsatz** ab WS 14/15
- **Auswertungen** der Daten



## Empirische Ergebnisse: Hintergrundfaktoren vs. Testergebnisse

### Lineare Regressionsanalyse Fachwissen:

- **Faktoren:**

Abischnitt, Matheabinote, Schulart, Lehramt?

- **Ergebnisse:**

Matheabinote:	beta = .319,	Signifikant
Abischnitt:	beta = -.232,	Signifikant
Schulart (Allgemeinbildende Schule):	beta = .164,	Signifikant
Lehramt:	beta = .058,	Nicht Signifikant





## Empirische Ergebnisse: Hintergrundfaktoren vs. Testergebnisse

### Lineare Regressionsanalyse Fachdidaktik

- **Faktoren:**

Abischnitt, Matheabinote, Schulart, Lehramt?

- **Ergebnisse:**

Matheabinote:	beta = .249,	Signifikant
Abischnitt:	beta = -.246,	Signifikant
Schulart (Allgemeinbildende Schule):	beta = .077,	Nicht Signifikant
Lehramt:	beta = .005,	Nicht Signifikant

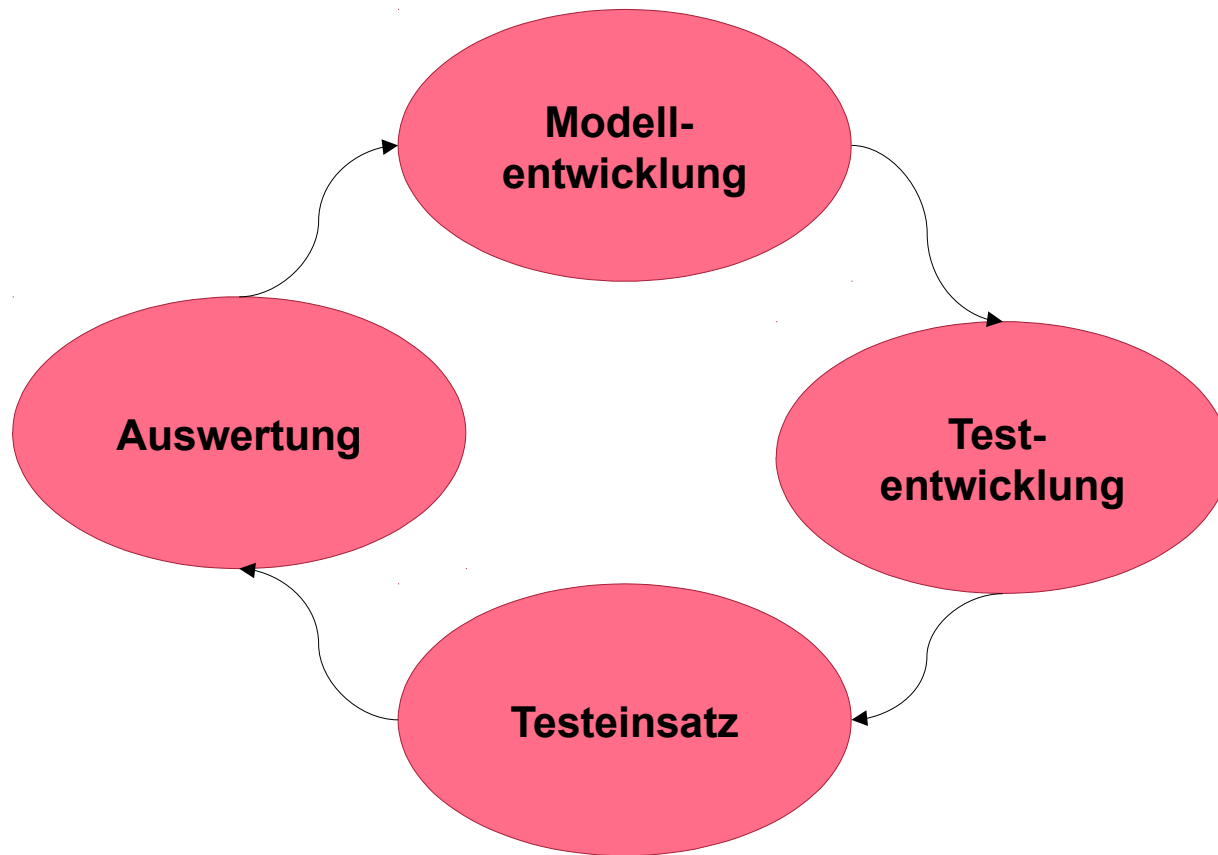


## Testbezogene Ergebnisse

- Test fällt insgesamt zu gut aus
- Zu wenige aussagekräftige Fragen
- Manche Fragen zeigen unvorhergesehene Korrelation
- Manche Items wurden von Experten nicht den intendierten Kompetenzfacetten zugeordnet



## Noch einmal: Kompetenzmodellierung





## Weiterentwicklung von Instrumenten zur Messung fachdidaktischer Kompetenz

- Theoretisches Verständnis fachdidaktischer Kompetenz im Fach Mathematik
  - Extrahieren „allgemeiner fachdidaktischer“ Strukturen
  - Spezialisierung und Anwendung im Fach Mathematik



## Reflektion

**Wie messen wir Kompetenzen bislang und wie könnte man das verbessern?**



## Idee: Prozesse

- Unter einem **Prozess** verstehen wir eine komplexe Handlung, die eine Lehrkraft in ihrem Berufsalltag ausführt.
- **Beispiel:**  
Bestehendes Material anpassen und erklären
- **Vorteil:** Prozesse sind messbar!
- **Naive Idee:** Liste mit Zuordnungen  
„Prozesse → Kompetenzfacetten“



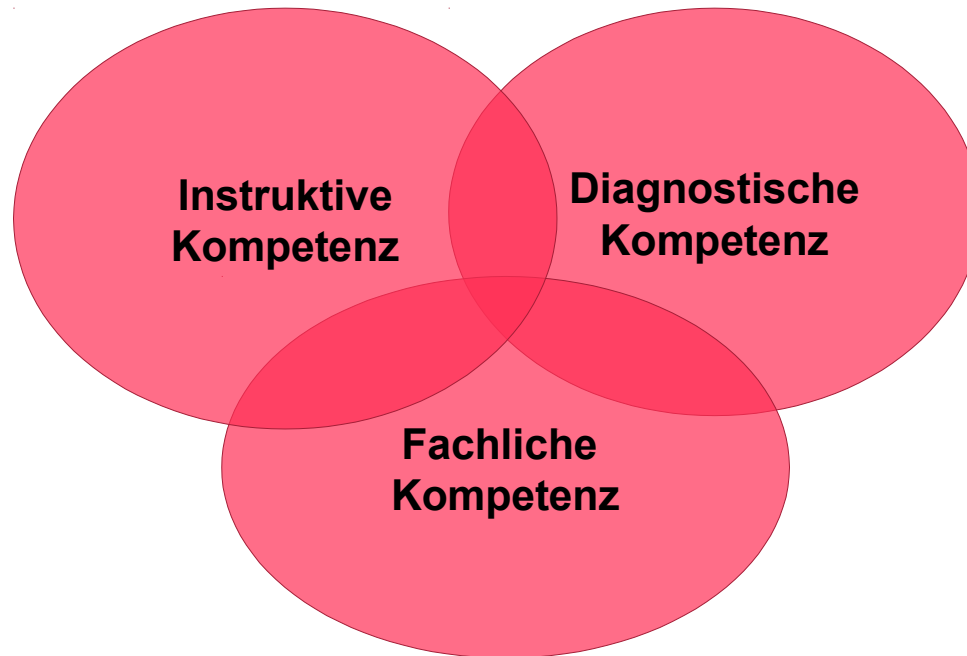
## Beobachtung: Eigenschaften von Prozessen

- **Beispiel:**  
Bestehendes Material anpassen und erklären
- Prozesse verlaufen nicht in einzelnen Kompetenzfacetten
- Prozesse sind nach der Zeit parametrisiert
- **Problem:** Zuordnung „Prozess → Kompetenzfacette“ funktioniert so nicht!



## Idee: „Prozesskurve“

- **Prozesskurven** sind „Kurven“ in einem Kompetenzstrukturmodell
- Prozesskurven bilden diese Eigenschaften ab
- **Beispiel:** Bestehendes Material anpassen und erklären







## Eigenschaften von Prozesskurven

- Ermöglichen durch Zusammenfassung das „Messen einer Kompetenzfacette“
- Erklären, wieso manche Items anders als erwartet korreliert sind
- Helfen bei der Konstruktion von Tests den „optimalen Messzeitpunkt“ zu finden



## Ziele für neuen Test

- Prozesskurven sollen bei der Auswertung nachvollziehbar werden
- Teilnehmer sollen einen Prozess bis zu einem bestimmten Zeitpunkt durchlaufen um den optimalen Messzeitpunkt abzutun
- **Konsequenz:** Formatwechsel  
Offenes, mehrstufiges Frageformat ist geeignet



## Aktueller Stand der Entwicklung

- Verschriftlichung der theoretischen Arbeit
- 8 Formate offener, mehrstufiger Items, getestet und verbessert durch Pilotierung und Expertenworkshop



## Aktueller Stand der Entwicklung

### Beispiel: Nutzen eines Tafelaufschriebs

#### Aufgabe 1

Sie Planen für ihre 8. Klasse einen Unterrichtseinstieg zum Thema „Lösen rein-quadratischer Gleichungen“.

**Frage: Welches fachbezogene Wissen müssen Sie hierzu aktivieren?**

Sie haben sich mit dem Thema fachwissenschaftlich auseinandergesetzt und notwendiges Wissen aktiviert.

**Frage: Welche Schwierigkeiten könnten beim durchführen der Schulstunde auftreten?**

In einem Schulbuch finden Sie das unten abgedruckte Material. Zu sehen ist ein Tafelaufschrieb einer drei geteilten Tafel. Der Aufschrieb beginnt auf der mittleren Tafel.

**Frage: Wie könnten Sie dieses Material für ihren Unterricht nutzen?**

<p>Beispiel:</p> $\begin{array}{r l} 3x^2 + 7 = 16 & -7 \\ 3x^2 = 16 - 7 = 9 & :3 \\ x^2 = 3 & e = 3 \end{array}$ <p>Somit ist <math>e &gt; 0</math>, es gibt also zwei Lösungen:</p> $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$ $\rightarrow L = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$	<p style="text-align: center;"><u>Rein quadratische Gleichungen</u></p> <p>Um die Gleichung <math>\boxed{ax^2 + c = d}</math> zu lösen, stellt man sie nach <math>x^2</math> um: <math>x^2 = e</math></p> <p>Wenn <math>e &gt; 0</math> ist, hat die Gleichung zwei Lösungen: <math>L = \{\sqrt{e}, -\sqrt{e}\}</math>, wenn <math>e = 0</math> ist, hat die Gleichung genau eine Lösung: <math>L = \{0\}</math>, wenn <math>e &lt; 0</math> ist, hat die Gleichung keine Lösung: <math>L = \{\}</math>.</p>	<p>Skizze:</p>
---	--	----------------



## **Pilotierung (Mini-Workshop)**

### **90 Minuten Mini-Workshop**

Fachdidaktik Vorlesung von Herrn Professor Loose

#### **Ziele:**

- Items testen
- Items mit Lehramtsstudierenden überarbeiten
- Theorie besprechen und Feedback sammeln

#### **Ergebnisse:**

- Fragebogen wurde als Fachdidaktik eingestuft
- Items wurden kritisch untersucht und verbessert
- Hilfreich zur Gestaltung des Expertenworkshops



## Expertenworkshop

### Expertenworkshop im Dezember 2017

#### Ziele:

Bearbeiten und Besprechen der Theorie und des neuen Itemkatalogs mit Experten aus der Praxis

#### Ergebnisse:

- Positives Feedback zu neuem Itemkatalog:  
„sehr praxisrelevant“, „Fachdidaktik!“
- Verbesserungen zu neuem Itemkatalog:  
Formulierungen, neue Varianten von Items
- Positives Feedback zu neuem Itemformat:  
„Offenes Format kann sehr  
genau fachdidaktische Kompetenz abbilden“
- Gefahren des neuen Formates:  
„Offenes Format kann sehr schwer auszuwerten sein.“



## Literaturverzeichnis

- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4 ed., pp. 433-456). New York: Macmillan.
  - Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. H. (2010). TEDS-M 2008 Sekundarstufe I: Ziele, Untersuchungsanlage und zentrale Ergebnisse. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. H. Lehmann (Eds.), *Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (pp. 11-37). Münster: Waxmann.
  - Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. H. Lehmann (Eds.), *Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (pp. 169-196). Münster: Waxmann.
  - Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM Mathematics Education*, 44, 325-340.
  - Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
  - Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
  - Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., . . . Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (pp. 135-161). Münster: Waxmann.
  - Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. doi:10.2307/1175860
  - Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. doi:10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411
-



**Teilprojekt 6  
der Tübingen School of  
Education**

[hische@math.uni-tuebingen.de](mailto:hische@math.uni-tuebingen.de)  
[walz@math.uni-tuebingen.de](mailto:walz@math.uni-tuebingen.de)

***Danke!***