



**Teilprojekt 6
der Tübingen School of
Education**

**Christoff Hische
Jonathan Walz**

**Kompetenzmodellierung und
Kompetenzentwicklung
in der
Fachdidaktik Mathematik**



Forschungsfragen

- Was befähigt einen Lehrer dazu, fachdidaktisch kompetent zu handeln?
- Gibt es fachdidaktische Strukturen, die sich in einem Kompetenzstrukturmodell abbilden lassen?
- Wie verändert sich fachdidaktische Kompetenz im Verlauf des Mathematikstudiums und darüber hinaus?



Was ist Kompetenz und wie misst man sie?

- Wir verstehen **Kompetenz** als verfügbare oder erlernbare *kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten* im Sinne von *Dispositionen*, die das *performante Handeln* einer Person in unterschiedlichen, zu einer *Domäne* zusammenfassbaren Situationen ermöglichen.
(vgl. Weinert 1999, Klieme 2004)
- Kompetenz ist ein *latentes Konstrukt*, dessen Ausprägung durch *Operationalisierung* messbar wird.
- Modellierung durch:
 - Kompetenzstrukturmodell
 - Kompetenzstufenmodell
- Motivationale und emotionale Aspekte werden von uns nicht untersucht.



Bezugspunkt: Shulman (1986, 1987)

- Zwei **Artikel** zur professionellen Kompetenz von Lehrkräften (besonders Mathematik-Lehrkräfte)
- **Strukturmodell:** Professionelle Kompetenz
 - Allgemeine pädagogische Fähigkeiten (PK)
 - Fachwissenschaftliches Wissen (CK)
 - Fachdidaktisches Wissen (PCK)



Studie 1: Michigan Gruppe (Ball et al. 2001, 2004, 2008)

- **Ziel:**
 - Untersuchung des Verhältnisses von CK und PCK durch Vergleich zwischen Lehrkräften in der dritten Phase und Fachwissenschaftlern („Mathematiker“)
- **Vorgehen:** Unterteilung von
 - CK in inhaltliche Bereiche
 - PCK in Teilfacetten im Sinne eines Strukturmodells
 - Knowledge of content and students (KCS)
 - Knowledge of content and teaching (KCT)
 - Knowledge of curriculum (KC)



Studie 2: TEDS-M (Blömeke et al. 2010)

- **Ziel:**
 - Strukturuntersuchungen in CK und PCK
- **Vorgehen:**
 - Angelegt als international vergleichende Studie, die Lehrkräfte in der zweiten Ausbildungsphase als Unterrichtende der Klassenstufen 4 & 8 untersucht.
 - Unterteilung von CK und PCK in Teilfacetten
 - PCK Facetten:
 - Interaktionsbezogenes Wissen
 - Curriculares und planungsbezogenes Wissen

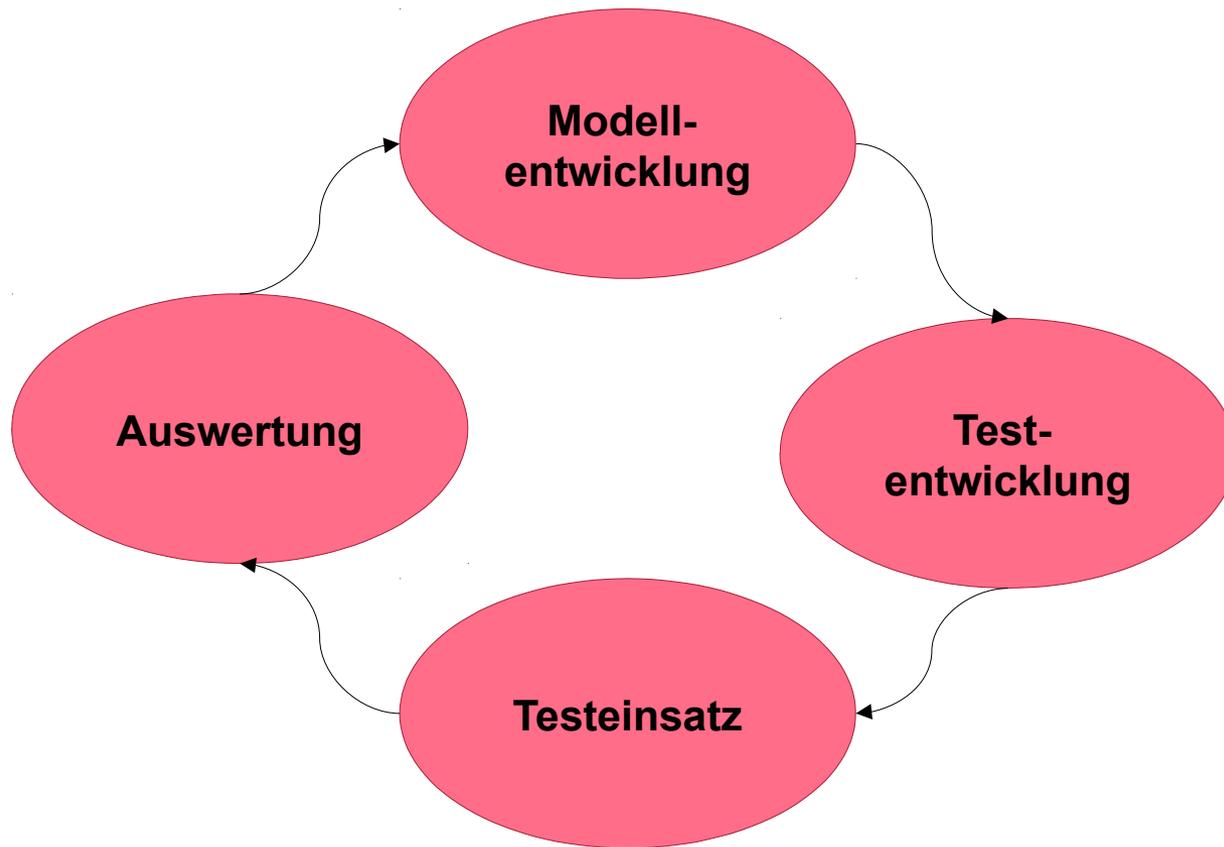


Studie 3: COACTIV (Krauss et al. 2011)

- **Ziel:**
 - Strukturuntersuchungen in:
 - Überzeugungshaltungen/ Werthaltungen/ Ziele,
 - Motivationale Orientierungen,
 - Selbstregulation,
 - Professionswissen (CK, PCK)
- **Vorgehen:**
 - Parallel zur PISA-Studie werden Lehrkräfte in der dritten Phase (PISA-Lehrer) untersucht.
 - Differenzierung von CK durch Stufenmodell
 - Unterteilung von PCK in Teilfacetten:
 - Erklärungswissen
 - Wissen über mathematisches Denken von Schüler*innen
 - Wissen über mathematische Aufgaben



Wie funktioniert Kompetenzmodellierung?



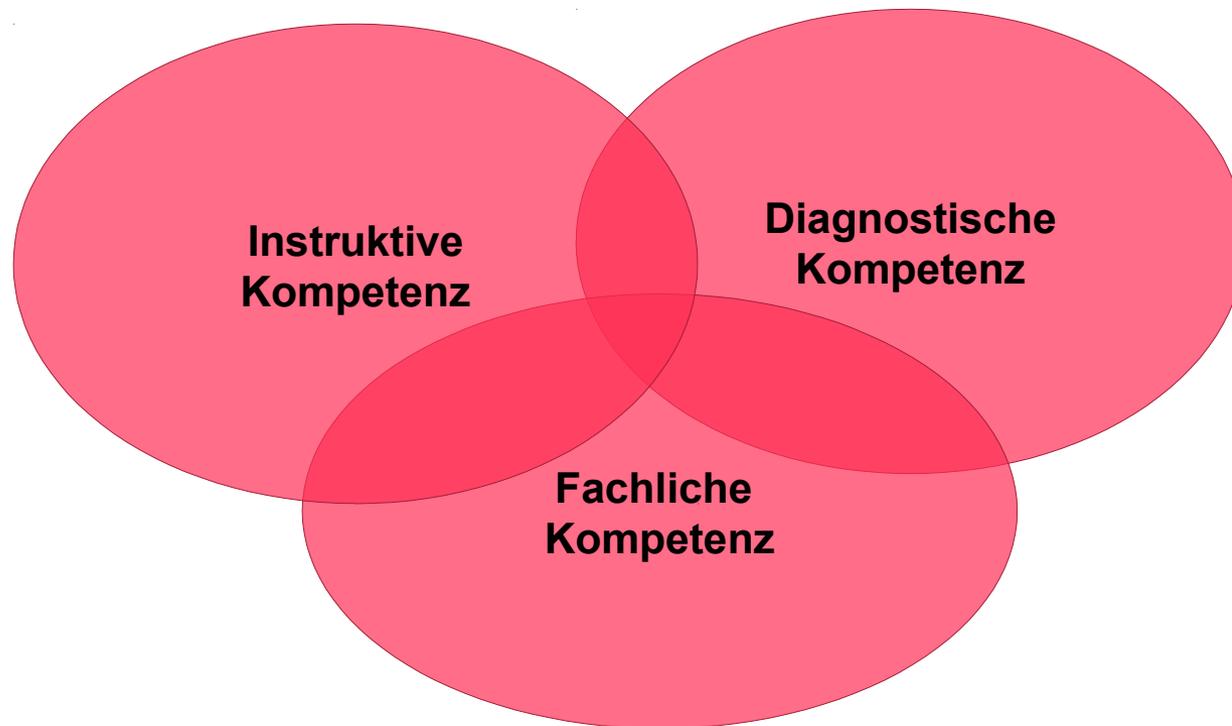


Bisherige Arbeit:

- **Modellentwicklung**



Arbeitshypothese und Kompetenzstrukturmodell





Bisherige Arbeit:

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung** eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und Fachdidaktischen Wissen



Beispiel-Frage zur instruktiven Kompetenz

In der Universität lernt man die folgende Version des Zwischenwertsatzes:

Ist $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion sowie $f(0) < 0$ und $f(1) > 0$, so muss es ein $\xi \in (0, 1)$ geben mit $f(\xi) = 0$.

Welche der folgenden Versionen würden Sie für die Schule als akzeptabel halten um die allgemein gültige Eigenschaft des Satzes einzuführen?

Kreuzen Sie ein Kästchen pro Zeile an

		Ja	Nein
A)	Eine stetige Funktion, die in $a \in \mathbb{R}$ negativ und in $b \in \mathbb{R}$ positiv ist, muss dazwischen irgendwo eine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B)	Die Funktion $f(x) = x^2 - 2$ muss zwischen 1 und 2 eine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C)	Wenn eine Funktion f mit $f(0) = 0$ und $f(1) = 1$ alle Zwischenwerte $c \in [0, 1]$ annimmt, so muss sie stetig sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Bisherige Arbeit:

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und Fachdidaktischen Wissen**
- **Testeinsatz ab WS 14/15**



Erhebungen

WS 14/15	SS 2015	WS 15/16	SS 16	WS 16/17	SS 17
Analysis 1	Analysis 2	Analysis 1	Analysis 2	Analysis 1	Analysis 2
		Analysis 3	Analysis 4	Analysis 3	Analysis 4
Fach- didaktik	Fach- didaktik	Fach- didaktik		Fach- didaktik	
Mathe- matik für Natur- wissen- schaftler 1		Mathe- matik für Natur- wissen- schaftler 1			



Bisherige Arbeit:

- **Modellentwicklung**
- **Testentwicklung** eines Kompetenztests zu fachwissenschaftlichen Wissen und fachdidaktischer Kompetenz
- **Testeinsatz** ab WS 14/15
- **Auswertungen** der Daten



Empirische Ergebnisse: Hintergrundfaktoren vs. Testergebnisse

Lineare Regressionsanalyse Fachwissen:

- **Faktoren:**

Abischnitt, Matheabinote, Schulart, Lehramt?

- **Ergebnisse:**

Matheabinote:

beta = .319, Signifikant

Abischnitt:

beta = -.232, Signifikant

Schulart (Allgemeinbildende Schule):

beta = .164, Signifikant

Lehramt:

beta = .058, Nicht Signifikant



Empirische Ergebnisse: Hintergrundfaktoren vs. Testergebnisse

Lineare Regressionsanalyse Fachdidaktik

- **Faktoren:**

Abischnitt, Matheabinote, Schulart, Lehramt?

- **Ergebnisse:**

Matheabinote:	beta = .249,	Signifikant
Abischnitt:	beta = -.246,	Signifikant
Schulart (Allgemeinbildende Schule):	beta = .077,	Nicht Signifikant
Lehramt:	beta = .005,	Nicht Signifikant

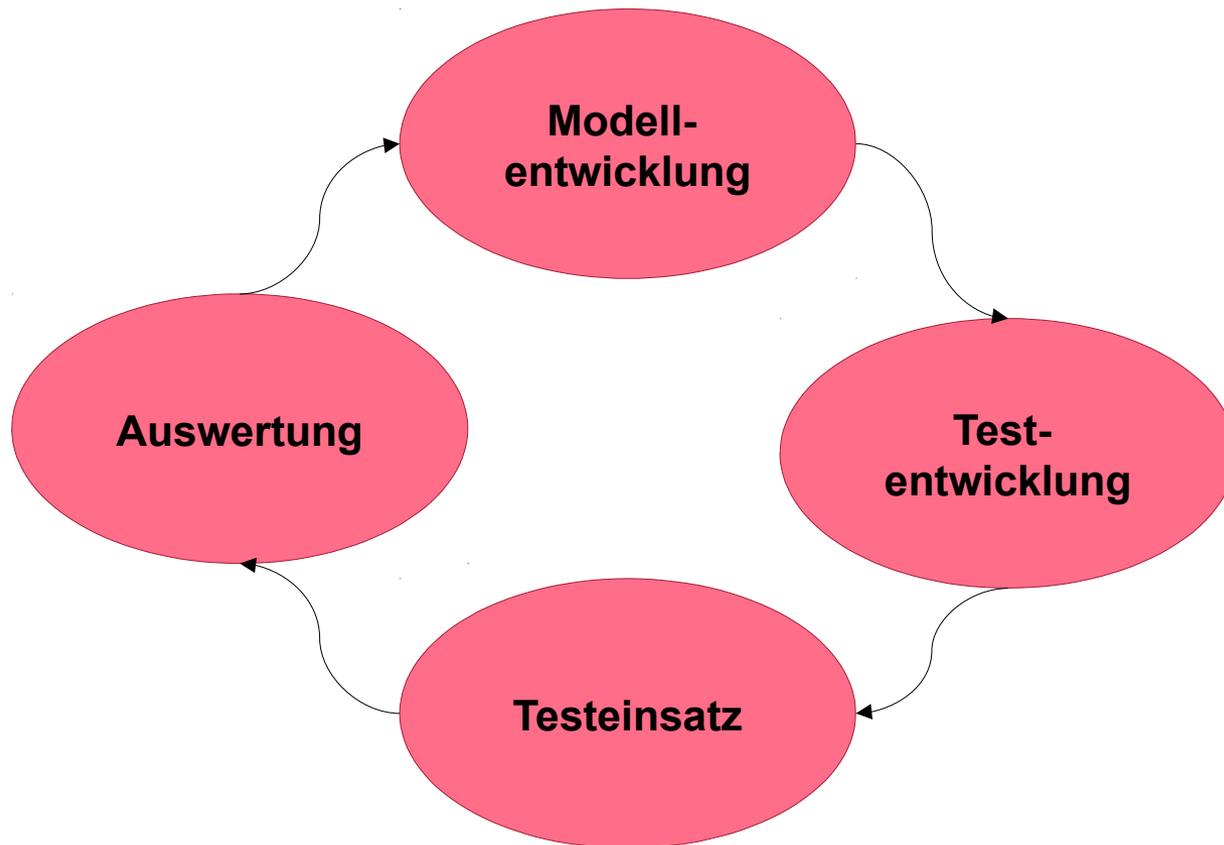


Testbezogene Ergebnisse

- Test fällt insgesamt zu gut aus
- Zu wenige aussagekräftige Fragen
- Manche Fragen zeigen unvorhergesehene Korrelation
- Manche Items wurden von Experten nicht den intendierten Kompetenzfacetten zugeordnet



Noch einmal: Kompetenzmodellierung





Weiterentwicklung von Instrumenten zur Messung fachdidaktischer Kompetenz

- Theoretisches Verständnis fachdidaktischer Kompetenz im Fach Mathematik
 - Extrahieren „allgemeiner fachdidaktischer“ Strukturen
 - Spezialisierung und Anwendung im Fach Mathematik



Reflektion

Wie messen wir Kompetenzen bislang und wie könnte man das verbessern?



Idee: Prozesse

- Unter einem **Prozess** verstehen wir eine komplexe Handlung, die eine Lehrkraft in ihrem Berufsalltag ausführt.
- **Beispiel:**
Bestehendes Material anpassen und erklären
- **Vorteil:** Prozesse sind messbar!
- **Naive Idee:** Liste mit Zuordnungen
„Prozesse → Kompetenzfacetten“



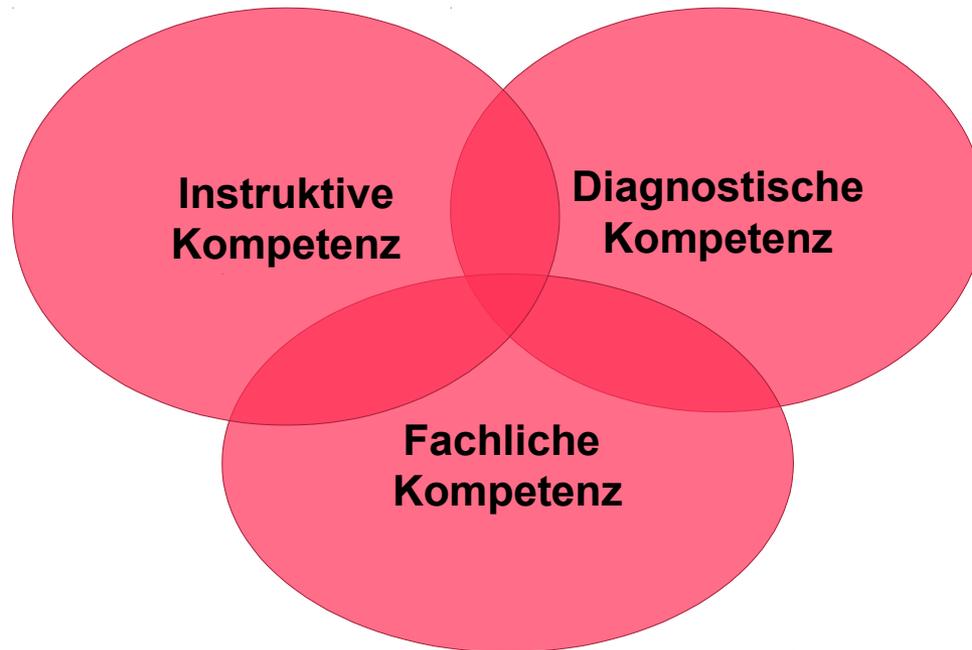
Beobachtung: Eigenschaften von Prozessen

- **Beispiel:**
Bestehendes Material anpassen und erklären
- Prozesse verlaufen nicht in einzelnen Kompetenzfacetten
- Prozesse sind nach der Zeit parametrisiert
- **Problem:** Zuordnung „Prozess → Kompetenzfacette“ funktioniert so nicht!



Idee: „Prozesskurve“

- **Prozesskurven** sind „Kurven“ in einem Kompetenzstrukturmodell
- Prozesskurven bilden diese Eigenschaften ab
- **Beispiel:** Bestehendes Material anpassen und erklären





Eigenschaften von Prozesskurven

- Ermöglichen durch Zusammenfassung das „Messen einer Kompetenzfacette“
- Erklären, wieso manche Items anders als erwartet korreliert sind
- Helfen bei der Konstruktion von Tests den „optimalen Messzeitpunkt“ zu finden



Ziele für neuen Test

- Prozesskurven sollen bei der Auswertung nachvollziehbar werden
- Teilnehmer sollen einen Prozess bis zu einem bestimmten Zeitpunkt durchlaufen um den optimalen Messzeitpunkt abzutasten
- **Konsequenz:** Formatwechsel
Offenes, mehrstufiges Frageformat ist geeignet



Aktueller Stand der Entwicklung

- Verschriftlichung der theoretischen Arbeit
- 8 Formate offener, mehrstufiger Items, getestet und verbessert durch Pilotierung und Expertenworkshop



Aktueller Stand der Entwicklung

Beispiel: Nutzen eines Tafelaufschriebs

Aufgabe 1

Sie Planen für ihre 8. Klasse einen Unterrichtseinstieg zum Thema „Lösen rein-quadratischer Gleichungen“.

Frage: Welches fachbezogene Wissen müssen Sie hierzu aktivieren?

Sie haben sich mit dem Thema fachwissenschaftlich auseinandergesetzt und notwendiges Wissen aktiviert.

Frage: Welche Schwierigkeiten könnten beim durchführen der Schulstunde auftreten?

In einem Schulbuch finden Sie das unten abgedruckte Material. Zu sehen ist ein Tafelaufschrieb einer drei geteilten Tafel. Der Aufschrieb beginnt auf der mittleren Tafel.

Frage: Wie könnten Sie dieses Material für ihren Unterricht nutzen?

<p>Beispiel:</p> $\begin{array}{r l} 3x^2 + 7 = 16 & -7 \\ 3x^2 & = 16 - 7 = 9 \quad :3 \\ x^2 & = 3 \quad e = 3 \end{array}$ <p>Somit ist $e > 0$, es gibt also zwei Lösungen: $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$ $\rightarrow L = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$</p>	<p style="text-align: center;"><u>Rein quadratische Gleichungen</u></p> <p>Um die Gleichung $\boxed{ax^2 + c = d}$ zu lösen, stellt man sie nach x^2 um: $x^2 = e$</p> <p>Wenn $e > 0$ ist, hat die Gleichung zwei Lösungen: $L = \{\sqrt{e}, -\sqrt{e}\}$, wenn $e = 0$ ist, hat die Gleichung genau eine Lösung: $L = \{0\}$, wenn $e < 0$ ist, hat die Gleichung keine Lösung: $L = \{\}$.</p>	<p>Skizze:</p>
---	--	----------------



Pilotierung (Mini-Workshop)

90 Minuten Mini-Workshop

Fachdidaktik Vorlesung von Herrn Professor Loose

Ziele:

- Items testen
- Items mit Lehramtsstudierenden überarbeiten
- Theorie besprechen und Feedback sammeln

Ergebnisse:

- Fragebogen wurde als Fachdidaktik eingestuft
- Items wurden kritisch untersucht und verbessert
- Hilfreich zur Gestaltung des Expertenworkshops



Expertenworkshop

Expertenworkshop im Dezember 2017

Ziele:

Bearbeiten und Besprechen der Theorie und des neuen Itemkatalogs mit Experten aus der Praxis

Ergebnisse:

- Positives Feedback zu neuem Itemkatalog:
„sehr praxisrelevant“, „Fachdidaktik!“
- Verbesserungen zu neuem Itemkatalog:
Formulierungen, neue Varianten von Items
- Positives Feedback zu neuem Itemformat:
„Offenes Format kann sehr
genau fachdidaktische Kompetenz abbilden“
- Gefahren des neuen Formates:
„Offenes Format kann sehr schwer auszuwerten sein.“



Literaturverzeichnis

- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4 ed., pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. H. (2010). TEDS-M 2008 Sekundarstufe I: Ziele, Untersuchungsanlage und zentrale Ergebnisse. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. H. Lehmann (Eds.), *Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (pp. 11-37). Münster: Waxmann.
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. H. Lehmann (Eds.), *Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (pp. 169-196). Münster: Waxmann.
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM Mathematics Education*, 44, 325-340.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
- Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., . . . Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (pp. 135-161). Münster: Waxmann.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. doi:10.2307/1175860
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. doi:10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411



**Teilprojekt 6
der Tübingen School of
Education**

hische@math.uni-tuebingen.de
walz@math.uni-tuebingen.de

Danke!