EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-
Naturwissenschaftliche
Fakultät

Der Dekan

Promotionsvortrag am 11.03.2020, 14:00

Gebäude: D-Bau Raum: D4A19

Felix Dietrich

Geometric necks in mean curvature flow of 2-convex hypersurfaces

Berichterstatter 1: Prof. Dr. Gerhard Huisken
Berichterstatter 2: Prof. Dr. Simon Brendle

Kurze Zusammenfassung:
Wir betrachten eine Lösung des mittleren Krümmungsflusses im Euklidischen Raum. Es ist bekannt, dass dieser Fluss schon für einfache Beispiele in endlicher Zeit Singularitäten bilden kann. Unter der speziellen Konvexitätsannahme der 2-Konvexität an die Startfläche lässt sich die Existenz von sogenannten ”neck”-Singularitäten beweisen, welche die approximative Form eines Zylinders annehmen. Diese Singularitäten sind von besonderem Interesse, da sie die Grundlage des Chirurgie-Algorithmus bilden, welcher eine Möglichkeit bietet den Fluss über Singularitäten hinaus fortzusetzten. Wir beschäftigen uns mit der Tatsache, dass solche zylinder-ähnlichen Gebiete sich unter dem Fluss glätten. Dieses Phänomen wird auch ”neck”-Verbesserung genannt. Um ein solches Resultat zu beweisen, müssen wir Abschätzungen für diverse geometrische Größen, wie Krümmung oder Gradienten von Krümmung, herleiten. Die wichtigsten Abschätzungen dazu sind die klassischen Konvexitäts-, zylindrischen und Gradienten-Abschätzungen, die auf Huisken und Sinestrari zurückgehen. Wir werden diese Abschätzungen verbessern, in dem wir sie speziell nur auf zylindrischen Gebieten betrachten. Außerdem werden wir eine spezielle Parametrisierung dieser Singularitäten definieren, die es uns erlaubt die ”Rundheit” der Region anhand der ”Rundheit” von Querschnitten des Zylinders zu analysieren. Dabei leiten wir Evolutionsgleichungen für die Bewegung der Querschnitte kombiniert mit dem umgebenen mittleren Krümmungsfluss in einer allgemeinen Form her. Ausgehend von der punktweisen ”Neck”-Verbesserung, die wir aus den obigen Abschätzungen erhalten, können wir dann eine Aussage über die gesamte Parametrisierung machen und erhalten somit ein ”Neck”-Verbesserungs Resultat. Dieses besagt, dass wir zu fixen $\varepsilon > 0$ und jedem kleinen $\varepsilon > \delta > 0$ ein großes Θ finden können,sodass ein ”Neck”, das ε nahe beim Runden Zylinder liegt und sich in einem Zeitintervall $[-\Theta, 0]$ unter dem mittleren Krümmungsfluss bewegt, bereits δ-rund ist auf einem kleineren Zeitintervall.