Eberhard-Karls-Universität Tübingen
Prof. Hannah Markwig
Alheydis Geiger

Sommersemester 2020
22. April 2020

Algebra
Übungsblatt 2

Abgabe: Bis zum 29.4. um 10 Uhr über URM. Abgabe in Gruppen bis zu drei Personen.

Aufgabe 1 (6 Punkte).
Sei G eine Gruppe der Ordnung 55, die auf einer Menge X mit 18 Elementen operiere. Zeige, dass es mindestens zwei Fixpunkte gibt.

Hinweis: Sei $G \times X \to X$ eine Operation einer Gruppe G auf einer Menge X. Ein Element $x \in X$ heißt *Fixpunkt*, wenn für alle $g \in G$ gilt $g.x = x$, d.h. Stab$(x) = G$.

Aufgabe 2 (4+4 Punkte).

a) Zeigen Sie, dass die Menge der Konjugationsklassen der S_n in Bijektion mit der Menge der Partitionen von n steht.

Hinweis: Beweisen Sie zunächst, dass für alle $\sigma \in S_n$ und alle Zykel $\tau = (t_1, ..., t_k) \in S_n$ gilt: $\sigma\tau\sigma^{-1} = (\sigma(t_1), ..., \sigma(t_k))$.

b) Bestimmen Sie die Konjugationsklassen der S_4.

Aufgabe 3 (4+4 Punkte).
Es sei G eine Gruppe mit Automorphismenmenge Aut(G) und Menge der inneren Automorphismen Inn(G).

a) Beweisen Sie, dass Aut(G) eine Gruppe bezüglich der Komposition von Abbildungen und Inn(G) ein Normalteiler ist.

b) Bestimmen Sie für $G = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ und $G = \mathbb{Z}_4$ jeweils die Gruppen der inneren Autormorphsimen Inn(G) und der Automorphismen Aut(G) und die Quotientengruppe Aut(G)/Inn(G).

Aufgabe 4 (6 Punkte).
Stellen Sie die Klassengleichung für $G = GL_2(\mathbb{F}_2)$ auf (mit Begründung!).